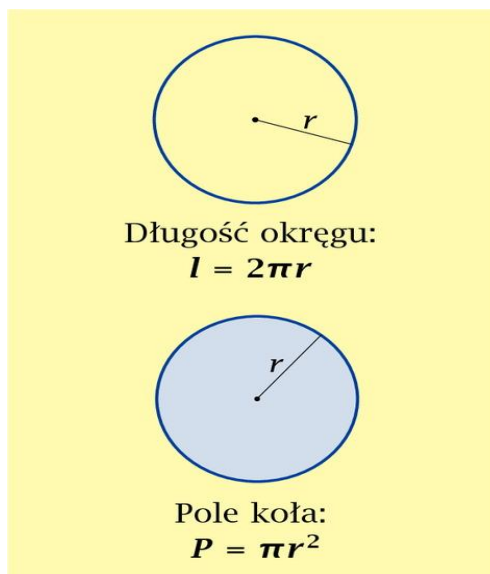


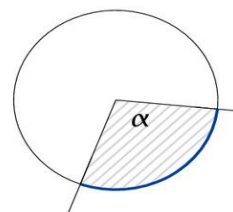
Temat: Pole koła. Długość okręgu.

Przypomnijmy, że **okrąg o środku S i promieniu r** to zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od punktu S jest równa r .

Koło o środku O i promieniu r to zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od punktu O jest mniejsza od r lub równa r .

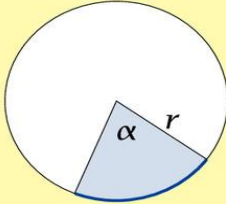


ĆWICZENIE C Popatrz na rysunek obok. Ile razy długość części okręgu zaznaczonej niebieskim kolorem jest mniejsza od długości całego okręgu, jeśli $\alpha = 108^\circ$? Jaką część pola całego koła stanowi pole zaznaczonej figury?



Kąt o wierzchołku w środku koła nazywamy **kątem środkowym**. Część wspólna kąta środkowego i koła to **wycinek koła**, a część wspólna tego kąta i okręgu to **łuk okręgu**. Mówimy, że kąt środkowy jest oparty na tym łuku.

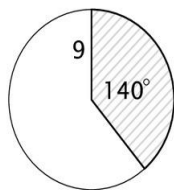
Długość łuku to pewien ułamek długości okręgu, a pole wycinka koła to ułamek pola koła. Ułamek ten jest równy $\frac{\alpha}{360^\circ}$.



Długość łuku okręgu: $l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

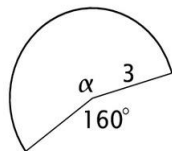
Pole wycinka koła: $P = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$

PRZYKŁAD a) Kąt środkowy w kole o promieniu 9 ma miarę 140° . Jakie pole ma wycinek koła wyznaczony przez ten kąt?



$$\text{Pole wycinka} = \frac{140^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 9^2 = \frac{7}{18} \cdot 81 \cdot \pi = \underline{\underline{\frac{63}{2}\pi}}$$

b) Na rysunku przedstawiono wycinek koła. Jaki jest obwód tej figury?



$$\alpha = 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ$$

$$\text{Długość łuku} = \frac{200^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 3 = \frac{5}{9} \cdot 6\pi = \frac{10}{3}\pi$$

$$\text{Obwód wycinka} = \underline{\underline{6 + \frac{10}{3}\pi}}$$

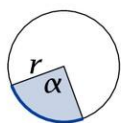
Łuk jest wycięty przez kąt środkowy α o mierze 200° .

1. Oblicz:

- a) pole koła o promieniu 7,
- b) pole koła o średnicy 12,
- c) długość okręgu o średnicy 17,

2. Oblicz długość zaznaczonego łuku okręgu oraz pole zacieniowanej figury.

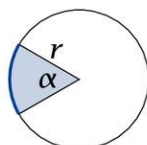
a)



$$\alpha = 90^\circ$$

$$r = 12$$

b)



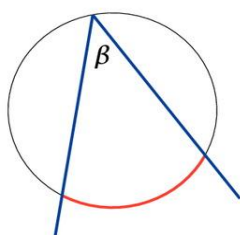
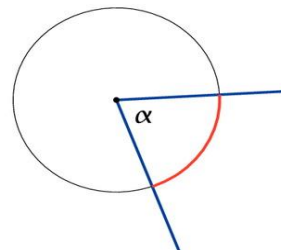
$$\alpha = 60^\circ$$

$$r = 15$$

Temat: Własności kątów środkowych i kątów wpisanych.

Na rysunku obok w okręgu zaznaczono kąt środkowy α oraz łuk, na którym ten kąt jest oparty.

W tym okręgu można wskazać jeszcze jeden kąt środkowy, jego miara wynosi $360^\circ - \alpha$. Łuk, na którym ten kąt jest oparty, zaznaczono kolorem czarnym.

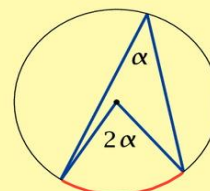


Kąt wpisany to kąt, którego wierzchołek leży na okręgu, ramiona przecinają okrąg, a miara jest mniejsza od 180° . Na rysunku obok zaznaczono kąt wpisany β i łuk, na którym ten kąt jest oparty.

Zauważ, że jest tylko jeden kąt środkowy oparty na danym łuku, natomiast istnieje nieskończenie wiele kątów wpisanych opartych na tym łuku.

Twierdzenie o kątach wpisanych i środkowych opartych na tym samym łuku okręgu

Kąt wpisany ma dwa razy mniejszą miarę niż kąt środkowy oparty na tym samym łuku.



1. Podaj miary kątów α , β , γ i δ wyznaczonych w danych okręgach.

