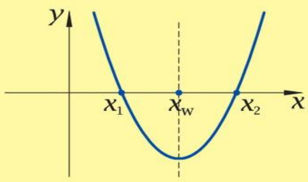
22.05.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

Temat: Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej.

Średnia arytmetyczna miejsc zerowych funkcji to pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji.



$$x_w = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

PRZYKŁAD 2 Znajdź miejsca zerowe funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$, współrzędne wierzchołka paraboli, która jest jej wykresem, oraz punkt przecięcia z osią y. Narysuj wykres funkcji.

$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$ — Na podstawie wzoru ustalamy miejsca zerowe.

Miejsca zerowe: $x_1 = -2 \quad x_2 = 6$

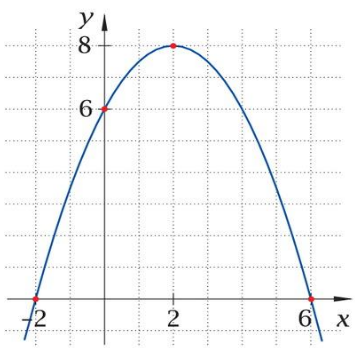
$x_w = \frac{-2+6}{2} = 2$ — Obliczamy pierwszą współrzędną wierzchołka, korzystając ze wzoru $x_w = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

$y_w = f(2) = -\frac{1}{2}(2+2)(2-6) = 8$ — Obliczamy drugą współrzędną wierzchołka paraboli, czyli $f(x_w)$.

Wierzchołek paraboli: $(2, 8)$

$f(0) = -\frac{1}{2}(0+2)(0-6) = 6$ — Obliczamy drugą współrzędną punktu przecięcia z osią y, czyli $f(0)$.

Punkt przecięcia z osią y: $(0, 6)$



Zaznaczamy znalezione punkty i szkicujemy wykres funkcji.

ZADANIE Znajdź współrzędne punktów przecięcia z osiami układu współrzędnych oraz współrzędne wierzchołka paraboli $y = 6(x+3)(x+5)$. Narysuj jej wykres.

22.05.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

1. Podaj miejsca zerowe funkcji.

a) $y = (x - 3)(x + 1)$

b) $y = -2(x - 3)(3 - x)$

c) $y = 3(x + 3)^2$

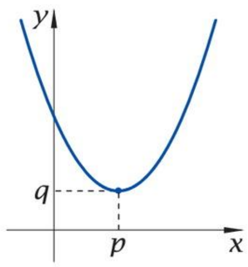
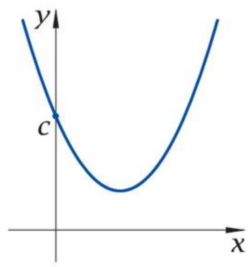
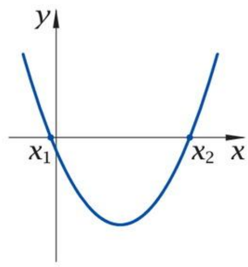
d) $y = -\frac{2}{9}(x - 6)^2$

e) $y = x(6 - x)$

f) $y = -2x(x + 8)$

22.05.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

Temat: Funkcja kwadratowa – podsumowanie.

wzór i wykres	Postać kanoniczna $f(x) = a(x-p)^2 + q$  	Postać ogólna $f(x) = ax^2 + bx + c$  	Postać iloczynowa $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ 
wierzchołek paraboli	$x_w = p$ $y_w = q$	$x_w = \frac{-b}{2a}$ $y_w = \frac{-\Delta}{4a}$ lub $y_w = f(x_w)$	$x_w = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_w = f(x_w)$
miejsca zerowe	Rozwiązanie równania $a(x-p)^2 + q = 0$ Miejsca zerowe spełniają więc równanie $(x-p)^2 = \frac{-q}{a}$ Liczba miejsc zerowych zależy od tego, czy $\frac{-q}{a}$ jest liczbą dodatnią, ujemną czy równą 0.	Rozwiązanie równania $ax^2 + bx + c = 0$ Jeśli $\Delta > 0$, to funkcja ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ Jeśli $\Delta = 0$, to funkcja ma jedno miejsce zerowe $x_0 = \frac{-b}{2a}$. Jeśli $\Delta < 0$, to funkcja nie ma miejsc zerowych.	Rozwiązanie równania $a(x-x_1)(x-x_2) = 0$ Miejscami zerowymi są liczby x_1 i x_2.

PRZYKŁAD 1 a) Znajdź wzór funkcji kwadratowej, której wykres przecina osie układu współrzędnych w punktach $(1,0)$, $(-5,0)$, $(0,15)$.

$x_1 = 1,\quad x_2 = -5$	Miejscami zerowymi są liczby 1 i −5.
$y = a(x-1)(x+5)$	Korzystamy z postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.
$15 = a(0-1)(0+5)$	Punkt $(0,15)$ należy do wykresu szukanej funkcji.
$15 = -5a$	
$a = -3$	
$\underline{y = -3(x-1)(x+5)}$	Zapisujemy wzór funkcji.

b) Ustal wzór funkcji kwadratowej, której wykresem jest parabola o wierzchołku w punkcie $(5,-7)$ przechodząca przez punkt $(3,-8)$.

$p = 5,\quad q = -7$	(p,q) to wierzchołek paraboli.
$y = a(x-5)^2 - 7$	Korzystamy z postaci kanonicznej $y = a(x-p)^2 + q$.
$-8 = a(3-5)^2 - 7$	Punkt $(3,-8)$ należy do wykresu szukanej funkcji.
$-1 = a \cdot 4$	
$a = -\frac{1}{4}$	
$\underline{y = -\frac{1}{4}(x-5)^2 - 7}$	Zapisujemy wzór funkcji.

c) Wykres funkcji $y = 5x^2$ przesunięto, a otrzymana krzywa przecina oś y w punkcie $(0,-4)$ i przechodzi przez punkt $(-2,6)$. Znajdź wzór otrzymanej funkcji.

$f(x) = ax^2 + bx + c$	Korzystamy z postaci ogólnej wzoru.
$a = 5$	Wzór funkcji f ma taki sam współczynnik a jak wzór funkcji $y = 5x^2$.
$c = -4$	Wykres funkcji f przecina oś y w punkcie $(0,-4)$.
$f(x) = 5x^2 + bx - 4$	
$6 = 5 \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 4$	Punkt $(-2,6)$ należy do wykresu funkcji f.
$6 = 20 - 2b - 4$	
$b = 5$	
$\underline{f(x) = 5x^2 + 5x - 4}$	Zapisujemy wzór funkcji.

ZADANIE a) Znajdź wzór funkcji kwadratowej, której miejscami zerowymi są liczby 4 i 6 i której wykres przechodzi przez punkt $(0,5)$.

b) Ustal wzór funkcji kwadratowej, której wykresem jest parabola o wierzchołku w punkcie $(-2,5)$ przechodząca przez punkt $(-3,2)$.

c) Po przesunięciu wykresu funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 7x$ otrzymano wykres funkcji g, który przecina oś y w punkcie $(0,6)$ i przechodzi przez punkt $(2,10)$. Znajdź wzór funkcji g.