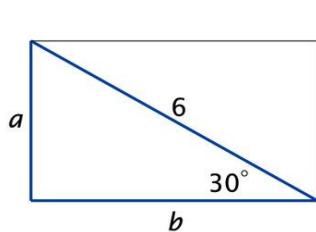


Temat: Wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60° .

PRZYKŁAD Oblicz długości boków prostokąta przedstawionego na rysunku.



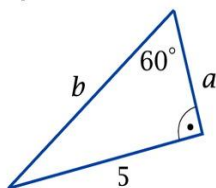
$$\begin{aligned} \frac{a}{6} &= \sin 30^\circ & \frac{b}{6} &= \cos 30^\circ \\ \frac{a}{6} &= \frac{1}{2} & \frac{b}{6} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 2a &= 6 & 2b &= 6\sqrt{3} \\ \underline{a} &= \underline{3} & \underline{b} &= \underline{3\sqrt{3}} \end{aligned}$$

.....
Korzystamy z wartości funkcji trygonometrycznych kąta 30° .
.....

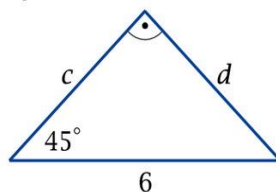
ZADANIE Krótszy bok prostokąta ma długość 3 cm, a kąt między przekątną a tym bokiem ma miarę 60° . Oblicz długość dłuższego boku tego prostokąta.

1. Korzystając z informacji podanych na rysunku, oblicz długości odcinków oznaczonych literami.

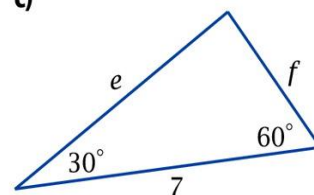
a)



b)



c)



Temat: Związki między funkcjami trygonometrycznymi.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Obok zapisano dwie **tożsamości trygonometryczne**, czyli równości, które są prawdziwe dla dowolnego kąta ostrego α . Pierwsza z nich jest nazywana jedyneką trygonometryczną.

Uwaga. Zapis $\sin^2 \alpha$ (czytamy: sinus kwadrat alfa) oznacza liczbę $(\sin \alpha)^2$.

PRZYKŁAD 1 a) Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Oblicz $\cos \alpha$ i $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5}{13} : \frac{12}{13} = \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$$

..... Ponieważ cosinus kąta ostrego α jest dodatni, więc możemy pominąć rozwiązanie $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

b) Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 7$. Oblicz $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 7, \text{ więc } \sin \alpha = 7 \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(7 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$49 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$50 \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{50}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{50}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

..... Ponieważ cosinus kąta ostrego jest dodatni, więc pomijamy rozwiązanie $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{50}}$.

$$\sin \alpha = 7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

ZADANIE a) Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Oblicz $\sin \alpha$ i $\operatorname{tg} \alpha$.

b) Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Oblicz $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$.