06.03.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

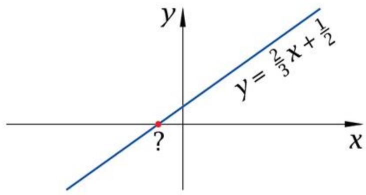
Temat: Własności funkcji liniowej.

Gdy znamy wzór funkcji liniowej, możemy określić różne jej własności, wykonując odpowiednie obliczenia. Rozważmy na przykład funkcję:

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$$

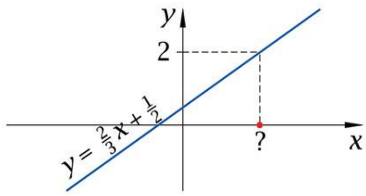
- Aby obliczyć miejsce zerowe tej funkcji, wystarczy rozwiązać równanie:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 0$$



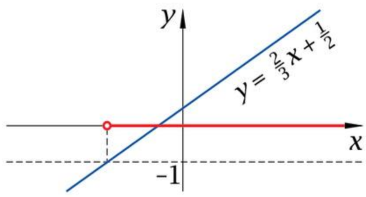
- Argument, dla którego ta funkcja przyjmuje wartość 2, to liczba spełniająca równanie:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 2$$



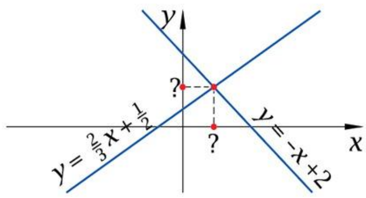
- Argumenty, dla których wartości tej funkcji są większe od −1, tworzą zbiór rozwiązań nierówności:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} > -1$$



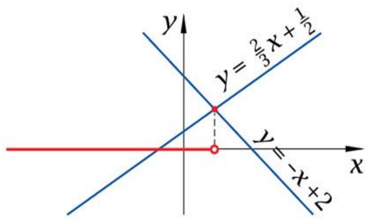
- Aby obliczyć współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ z wykresem funkcji $y = -x + 2$, wystarczy rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \\ y = -x + 2 \end{cases}$$



- Zbiór argumentów, dla których wartości funkcji $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ są mniejsze od wartości funkcji $y = -x + 2$, wyznaczamy, rozwiązując nierówność:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} < -x + 2$$



06.03.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

PRZYKŁAD 1 Wykres pewnej funkcji liniowej jest równoległy do wykresu funkcji $y = -3x + 4$ i przechodzi przez punkt $A = (-2, -5)$. Znajdź wzór tej funkcji.

$y = ax + b$

$a = -3$

$y = -3x + b$

Wykres szukanej funkcji $y = ax + b$ jest równoległy do wykresu funkcji $y = -3x + 4$, więc $a = -3$.

$-5 = -3 \cdot (-2) + b$

$b = -11$

Współrzędne punktu A ($x = -2$ i $y = -5$) spełniają równość $y = -3x + b$.

Odp. Wzór szukanej funkcji jest następujący: $y = -3x - 11$.

ZADANIE Wykres funkcji liniowej g jest równoległy do wykresu funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x + 7$ i przechodzi przez punkt $P = (6, -5)$. Znajdź wzór funkcji g.

PRZYKŁAD 2 Wykres funkcji $y = ax + b$ przechodzi przez punkty o współrzędnych $(1, 3)$ i $(-1, 1)$. Znajdź wzór tej funkcji.

$$\begin{cases} 3 = a \cdot 1 + b \\ 1 = a \cdot (-1) + b \end{cases}$$

Współrzędne punktów $(1, 3)$ i $(-1, 1)$ spełniają równanie $y = ax + b$.

$$+\begin{cases} a + b = 3 \\ -a + b = 1 \end{cases}$$

$$2b = 4$$

$$b = 2$$

Rozwiązujemy otrzymany układ równań.

$a + b = 3$

$a + 2 = 3$

$a = 1$

Obliczamy a, wstawiając $b = 2$ do jednego z równań układu.

Odp. Szukana funkcja ma wzór $y = x + 2$.

ZADANIE Znajdź wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty:

a) $A = (3, 7)$, $B = (5, 1)$

b) $P = (-2, 7)$, $R = (-1, -3)$

06.03.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

Temat: Proporcjonalność prosta i odwrotna.

Przypomnijmy, że o wielkościach x, y mówimy, że są wprost proporcjonalne, gdy ich iloraz jest stały i równy liczbie dodatniej, czyli gdy zachodzi równość $\frac{y}{x} = a$, gdzie $a > 0$. Tę równość można przekształcić, wyznaczając y.

$$\boldsymbol{y = ax}, \text{ gdzie } \boldsymbol{a > 0}$$

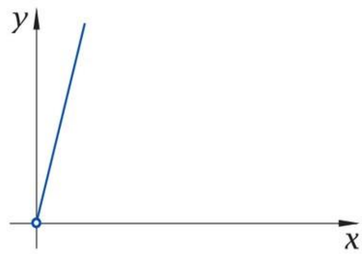
Taką zależność nazywamy **proporcjonalnością prostą**, a liczbę a — **współczynnikiem proporcjonalności**.

- Obwód kwadratu jest wprost proporcjonalny do długości boku.

x — długość boku kwadratu

y — obwód kwadratu

$$y = 4x$$

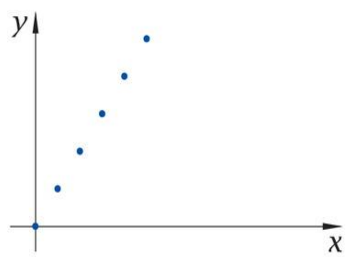


- Jeden batonik kosztuje 1,50 zł. Koszt zakupu batoników jest wprost proporcjonalny do liczby zakupionych batoników.

x — liczba batoników

y — koszt zakupu

$$y = 1{,}5x$$

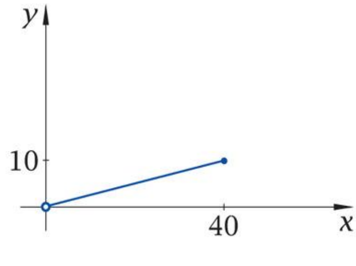


- Maksymalna prędkość, z jaką może jechać pewien kolarz, wynosi 40 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Droga, którą pokona ten kolarz w ciągu kwadransa, jadąc ze stałą prędkością, jest wprost proporcjonalna do prędkości jazdy.

x — prędkość kolarza w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

y — droga (w km) przejechana w ciągu 15 minut

$$y = 0{,}25x$$



06.03.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

O dwóch wielkościach x, y mówimy, że są odwrotnie proporcjonalne, gdy ich iloczyn jest stały i równy liczbie dodatniej, czyli $xy = a$, gdzie $a > 0$. Tę równość możemy przekształcić, wyznaczając y.

$$y = \frac{a}{x} \quad \text{dla} \quad a > 0$$

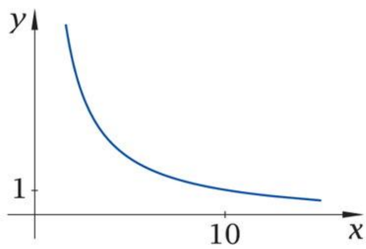
Taką zależność nazywamy **proporcjonalnością odwrotną**.

- Cena 1 kg jabłek i ilość jabłek, którą możemy kupić za 10 zł.

x — cena 1 kg jabłek

y — ilość jabłek (w kg), które możemy kupić

$$y = \frac{10}{x}$$

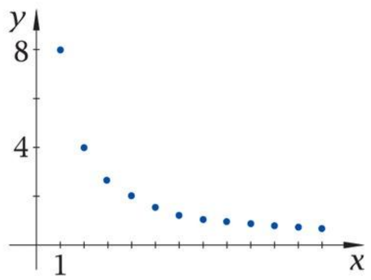


- Drut o długości 8 m dzielimy na jednakowe części. Długość każdej części jest odwrotnie proporcjonalna do liczby części.

x — liczba części, na którą dzielimy drut

y — długość (w m) jednej części

$$y = \frac{8}{x}$$

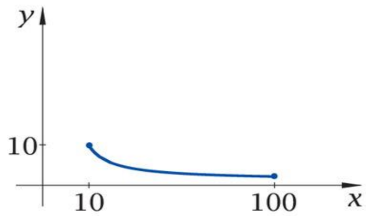


- Samochód może jechać ze średnią prędkością nie większą niż 100 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ i nie mniejszą niż 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Czas potrzebny na pokonanie 100 km jest odwrotnie proporcjonalny do średniej prędkości samochodu.

x — średnia prędkość (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)

y — czas (w h) potrzebny na pokonanie 100 km

$$y = \frac{100}{x}$$



06.03.2021r. - matematyka – semestr II – lekcja1, 2

1. Zapisz wzór opisujący, jak wielkość y zależy od wielkości x.

a) Z kranu wycieka 10 ml wody w ciągu 1 minuty. Po x minutach wycieknie y mililitrów wody.

b) Wojtek codziennie przebiega 1,5 km. Po x dniach przebiegnie y kilometrów.

c) Jeśli 1 m drutu waży 10 dag, to x metrów waży y dekagramów.

d) W czasie ulewy na każdy metr kwadratowy powierzchni spadło 5 litrów wody, zatem na powierzchnię x metrów kwadratowych spadło y litrów wody.