

Matematyka LOIVA 24.05.2020 - 2 godziny

Lekcja I

Temat: Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych.

Zadanie 1. Rozwiąż równania:

$$a) \frac{4x}{x-1} + \frac{3x}{x+1} = -7 = 0$$

$$b) \frac{x-3}{2x+2} - \frac{1}{x+1} = 0$$

Ad.a) $\frac{4x}{x-1} + \frac{3x}{x+1} = 0$

$$x - 1 \neq 0 \quad i \quad x + 1 \neq 0$$

$$x \neq 1 \quad i \quad x \neq -1 \quad D = R\{-1, 1\}$$

Ułamki sprowadzamy do wspólnego mianownika:

$$\frac{4x(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{3x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{4x(x+1) + 3x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$4x(x+1) + 3x(x-1) = 0$$

$$4x^2 + 4x + 3x^2 - 3x = 0$$

$$7x^2 + x = 0$$

$$x(7x+1) = 0$$

$$\downarrow$$
$$0$$

$$\downarrow$$
$$0$$

$$7x + 1 = 0,$$

$$x = 0$$

$$7x = -1$$

$$x = -\frac{1}{7}$$

Ad.b)

$$\frac{x-3}{2x+2} - \frac{1}{x+1} = 0$$

$$\frac{x-3}{2(x+1)} - \frac{1}{x+1} = 0 \quad x+1 = 0$$

$$x = -1$$

$$x \neq -1$$

$$D = R \setminus \{-1\}$$

Wspólny mianownik: $2(x+1)$

$$\frac{x-3}{2(x+1)} - \frac{2}{2(x+1)} = 0$$

$$\frac{x-3-2}{2(x+1)} = 0 \Leftrightarrow x-5 = 0$$

$$x = 5$$

Zadanie 2. Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 1} > 0$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$x-1 = 0$$

i

$$x+1 = 0$$

$$x = 1$$

i

$$x = -1$$

$$D = R \setminus \{-1, 1\}$$

$$x \neq 1$$

i

$$x \neq -1$$

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{(x-1)(x+1)} > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x^2 + 7x + 12) > 0$$

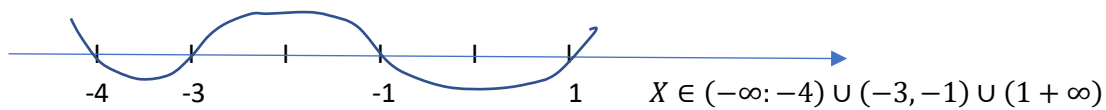
$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4 * 1 * 12 = 49 - 48 = 1, \quad \sqrt{\Delta} = 1$$

$$x_1 \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7-1}{2} = -4$$

$$x_2 \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7+1}{2} = -3$$

$$(x-1)(x+1)(x+4)(x+3) > 0$$



Lekcja 2 24.05.2020r.

Temat: Funkcja homograficzna

Definicja: Funkcją homograficzną nazywamy funkcję $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ gdzie a, b, c, d są ustalonymi liczbami rzeczywistymi i $c \neq 0$ i $d \neq 0$.

Dziedziną funkcji homograficznej jest zbiór

$$\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

Przykłady:

$$f(x) = \frac{1}{x}, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

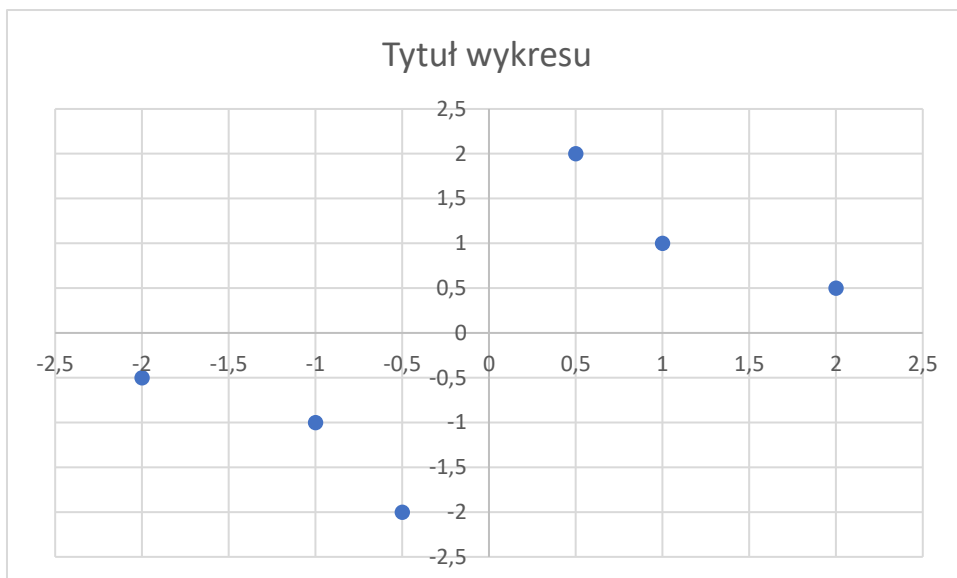
$$f(x) = -\frac{1}{x}, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$f(x) = \frac{a}{x}, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$f(x) = \frac{a}{x-1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

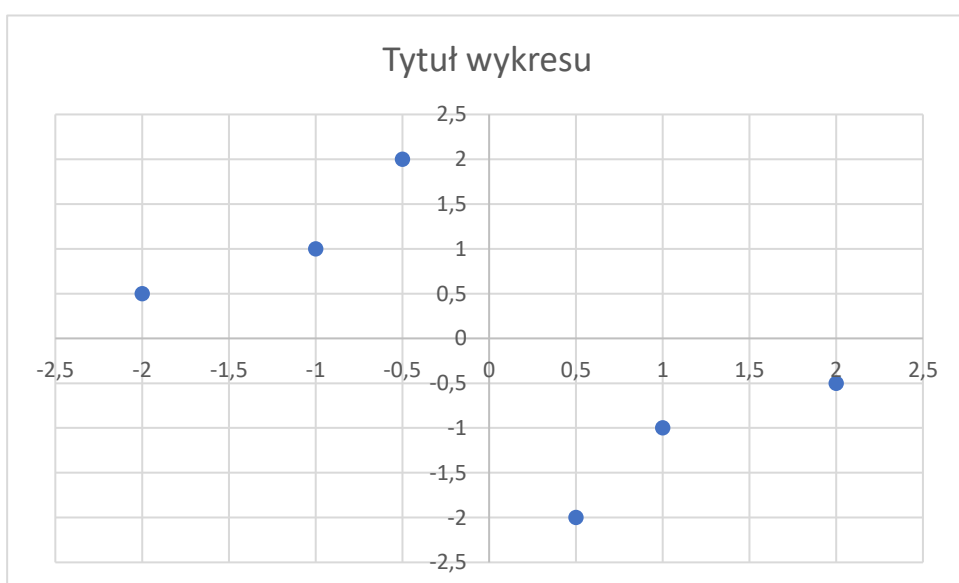
Zadanie 1. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$

x	-2	-1	0	1	2	$\frac{1}{2}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	X	1	$\frac{1}{2}$	2



Zadanie 2. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \frac{-1}{x}, x \neq 0$

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x) = \frac{-1}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$



Własności funkcji:

I. $a > 0$

1. Wykres funkcji, to funkcja homograficzna.

2. Dziedziną jest zbiór $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

3. Wykres leży w ćw. I i III.

4. Zbiorem wartości funkcji jest $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

5. Funkcja nie ma miejsc zerowych.

6. Funkcja przyjmuje wartości dodatnie dla $x \in (0 + \infty)$.

7. Funkcja jest malejąca w przedziałach $(-\infty; 0)$; $(0 + \infty)$.

8. Prosta o równaniu $y=0$ jest asymptotą poziomą wykresu, a prosta o równaniu $x=0$ jest asymptotą pionową wykresu.

Zadanie: Napisz własności dla funkcji: $y = \frac{-1}{x}$ $x \neq 0, a < 0$