

Temat: Nierówności wielomianowe.

**P**

Rozwiąż nierówność:

$$4x^3 + 2x^2 - 1 \geq x^3 + 27x + 17$$

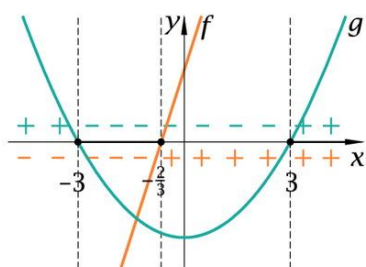
$$3x^3 + 2x^2 - 27x - 18 \geq 0$$

$$x^2(3x + 2) - 9(3x + 2) \geq 0$$

$$(3x + 2)(x^2 - 9) \geq 0$$

$$3x + 2 = 0 \qquad x^2 - 9 = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \qquad x = 3 \text{ lub } x = -3$$



$$x \in \left\langle -3; -\frac{2}{3} \right\rangle \cup \langle 3; +\infty \rangle$$

Przekształcamy nierówność do postaci  $W(x) \geq 0$ , gdzie  $W(x)$  jest wielomianem.

Rozkładamy wielomian na czynniki stopnia co najwyżej drugiego.

Znajdujemy miejsca zerowe funkcji  $f(x) = 3x + 2$  i  $g(x) = x^2 - 9$ .

Szkicujemy wykresy funkcji  $f(x) = 3x + 2$  i  $g(x) = x^2 - 9$  oraz zaznaczamy, dla jakich argumentów funkcje przyjmują wartości dodatnie, a dla jakich ujemne.

Z wykresu odczytujemy przedziały, w których wartości funkcji mają ten sam znak lub są równe 0.

Zadanie 3. Rozwiąż nierówności:

**a)**  $(-x + 1)(x^2 - 2) \geq 0$

**b)**  $(2 - 3x)(-3x^2 - 4x - 2) < 0$

**c)**  $-5x(x^2 - 2x - 1) \geq 0$

**d)**  $(3 - x)(x^2 + 8x + 16) \leq 0$

**e)**  $(x^2 - 3x - 10)(x^2 - 5x) \leq 0$

**f)**  $(x^2 - 10)(3x^2 - 20) < 0$

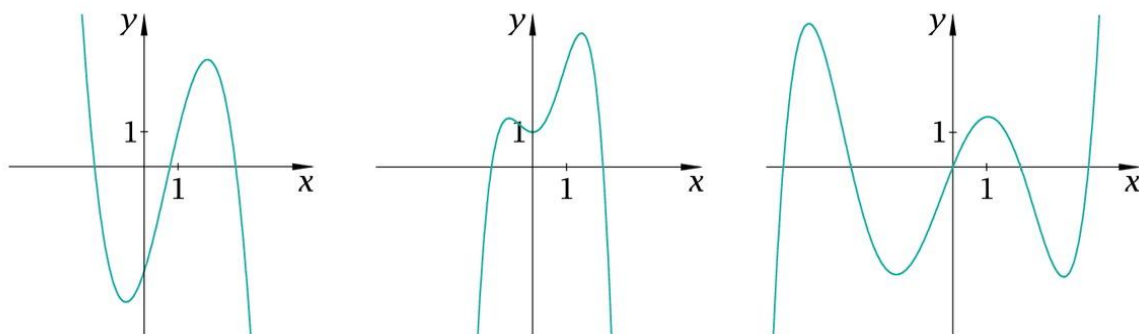
**g)**  $(x^2 - x)(-x^2 + 2x + 11) \leq 0$

**h)**  $(x^2 - 4x - 5)(x^2 + 3x - 4) > 0$

Temat: Funkcje wielomianowe.

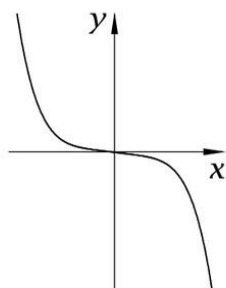
Poniżej przedstawiono wzory i wykresy kilku funkcji. Wzór każdej z nich ma postać  $y = W(x)$ , gdzie  $W(x)$  jest wielomianem. Tego typu funkcje nazywamy funkcjami wielomianowymi.

$$y = -x^3 + 2x^2 + 3x - 3 \quad y = -x^4 + x^3 + 2x^2 + 1 \quad y = \frac{x}{50}(x^2 + 8x + 15)(x^2 - 6x + 8)$$

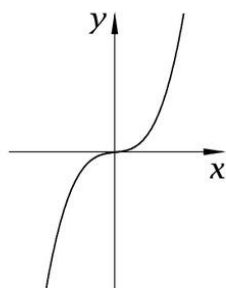


Dziedziną funkcji wielomianowej jest zbiór liczb rzeczywistych.

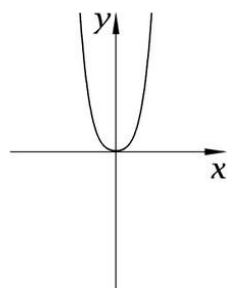
**B** Przyjrzyj się narysowanym poniżej wykresom funkcji.



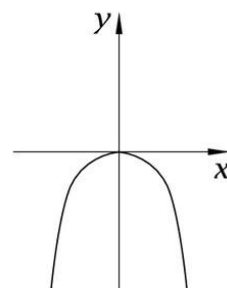
$$y = -0,1x^5$$



$$y = \frac{1}{3}x^3$$



$$y = 2x^4$$

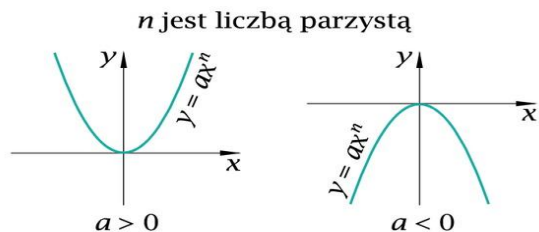


$$y = -\frac{2}{7}x^6$$

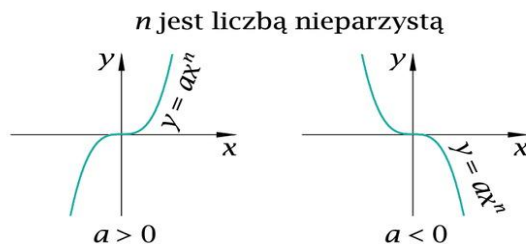
1. Podaj miejsce zerowe każdej z tych funkcji
2. Określ monotoniczność każdej z tych funkcji.
3. Który z wykresów jest symetryczny względem osi  $y$ , a który względem początku układu współrzędnych?

Wykresy funkcji typu  $y = ax^n$  przechodzą przez początek układu współrzędnych. Ponadto:

Jeśli  $n$  jest liczbą parzystą, to wykres funkcji  $y = ax^n$  ma oś symetrii — jest nią oś  $y$ . W zależności od wartości współczynnika  $a$  funkcja może przyjmować tylko wartości nieujemne (dla  $a > 0$ ) lub tylko niedodatnie (dla  $a < 0$ ).



Jeśli  $n$  jest liczbą nieparzystą, to wykres funkcji  $y = ax^n$  ma środek symetrii — jest nim początek układu współrzędnych. W zależności od wartości współczynnika  $a$  funkcja może być rosnąca (dla  $a > 0$ ) albo malejąca (dla  $a < 0$ ).



Wielomian stopnia  $n$  ma co najwyżej  $n$  pierwiastków.

Wielomian nieparzystego stopnia ma co najmniej jeden pierwiastek.

Obok przypominamy dwie ważne własności wielomianów. Wynika z nich, że:

- Funkcja wielomianowa  $y = W(x)$ , gdzie  $W(x)$  jest wielomianem stopnia  $n$ , ma nie więcej niż  $n$  miejsc zerowych.
- Jeśli  $W(x)$  jest wielomianem nieparzystego stopnia, to funkcja postaci  $y = W(x)$  ma co najmniej jedno miejsce zerowe.

Uwaga. Jeśli  $W(x)$  jest wielomianem parzystego stopnia, to funkcja postaci  $y = W(x)$  może nie mieć miejsc zerowych.

1. Poniżej narysowano wykresy następujących funkcji:

$$f(x) = -3x^4 \quad g(x) = -2x^5 \quad h(x) = \frac{1}{4}x^3 \quad k(x) = \sqrt{2}x^4$$

Dopasuj wykresy do odpowiednich wzorów funkcji.

