Temat: Równania wielomianowe.

W przykładach równań, które można przekształcić tak, aby po jednej stronie występował wielomian, a po drugiej – liczba 0 stosujemy poniższą regułę:

Liczba rozwiązań równania $ax^2 + bx + c = 0$, gdzie $a \neq 0$, zależy od wartości wyróżnika $\Delta = b^2 - 4ac$.

Jeśli $\Delta > 0$, to równanie ma dwa rozwiązania:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Jeśli $\Delta = 0$, to równanie ma jedno rozwiązanie:

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

Jeśli $\Delta < 0$, to równanie nie ma rozwiązań.

Z powyższej własności wynika, że:

Wielomian $W(x) = ax^2 + bx + c$, *gdzie* $a \neq 0$, *ma:*

- *dwa pierwiastki* x_1 *i* x_2 *wtedy i tylko wtedy, gdy* $W(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ *i* $x_1 \neq x_2$,
- *jeden pierwiastek* x_0 *wtedy i tylko wtedy, gdy* $W(x) = a(x - x_0)^2$.

Wyrażenie $a(x - x_1)(x - x_2)$, a także wyrażenie $a(x - x_0)^2$ nazywamy postacią iloczynową wielomianu drugiego stopnia.

Równanie, które można zapisać w postaci W(x) = 0, gdzie W(x) jest wielomianem stopnia *n*, nazywamy **równaniem wielomianowym stopnia *n*.**

Liczbę, która jest rozwiązaniem równania wielomianowego W(x) = 0, nazywamy **pierwiastkiem wielomianu** W(x).

P Rozwiąż równania.

a) $x^5 - 6x^4 = 40x^3$

Przekształcamy równanie do postaci $W(x) = 0$.

$x^5 - 6x^4 - 40x^3 = 0$

Wielomian $W(x)$ rozkładamy na czynniki.

$x^3(x^2 - 6x - 40) = 0$

$x^3 = 0$ lub $x^2 - 6x - 40 = 0$

$x = 0$ $\quad \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) = 196 \quad \sqrt{\Delta} = 14$

$x_1 = \frac{6-14}{2} = -4 \quad x_2 = \frac{6+14}{2} = 10$

$\underline{x = 0 \text{ lub } x = -4 \text{ lub } x = 10}$

b) $x^5 - 3x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 9x + 27 = 0$

$x^4(x-3) - 8x^2(x-3) - 9(x-3) = 0$

$(x-3)(x^4 - 8x^2 - 9) = 0$

$x - 3 = 0$ lub $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

W miejsce x^2 podstawiamy t i rozwiązujemy otrzymane równanie z niewiadomą t.

$x = 3$ $\quad x^2 = t$

$t^2 - 8t - 9 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot (-9) = 100 \quad \sqrt{\Delta} = 10$

$t_1 = \frac{8-10}{2} = -1 \quad t_2 = \frac{8+10}{2} = 9$

Rozwiązujemy równania $x^2 = t_1$ i $x^2 = t_2$.

$x^2 = -1$ lub $x^2 = 9$

równanie sprzeczne $\quad x = 3$ lub $x = -3$

$\underline{x = 3 \text{ lub } x = -3}$

c) $12x^6 - 3x^2 = 0$

$3x^2(4x^4 - 1) = 0$

$3x^2(2x^2 - 1)(2x^2 + 1) = 0$

$3x^2 = 0$ lub $2x^2 - 1 = 0$ lub $2x^2 + 1 = 0$

$x = 0$ $\quad x^2 = \frac{1}{2}$ $\quad$ równanie sprzeczne

$x = \sqrt{\frac{1}{2}}$ lub $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\underline{x = 0 \text{ lub } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ lub } x = -\frac{\sqrt{2}}{2}}$

1. Rozwiąż równanie:

a) $-5x^4 + 3x^3 + 14x^2 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

c) $2x^5 + 5x^3 - 12x = 0$

d) $2x^7 - x^4 - x = 0$

e) $6x^3 + 6x^2 - 3x - 3 = 0$

f) $2x^5 - 18x^3 + 2x^2 - 18 = 0$