

Temat: Rozkład wielomianu na czynniki.

**P** Rozłóż wielomiany na czynniki.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \underline{6x^3 - 3x^2 + 10x - 5} = \\ & = 3x^2(2x - 1) + 5(2x - 1) = \\ & = (2x - 1)(3x^2 + 5) \end{aligned}$$

W każdym z zaznaczonych dwumianów wyłączamy wspólny czynnik przed nawias.

Wyłączamy wspólny czynnik (dwumian  $2x-1$ ) przed nawias.

$$\begin{aligned} \text{b) } & \underline{5x^4 + 20x^3 + x^2 + 4x} = \\ & = 5x^3(x + 4) + x(x + 4) = \\ & = (x + 4)(5x^3 + x) = \\ & = x(x + 4)(5x^2 + 1) \end{aligned}$$

W każdym z zaznaczonych dwumianów wyłączamy wspólny czynnik przed nawias.

Wyłączamy wspólny czynnik (dwumian  $x + 4$ ) przed nawias.

W zaznaczonym dwumianie wyłączamy wspólny czynnik przed nawias.

Można rozkładać wielomian na czynniki, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

**Wzory skróconego mnożenia**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

**P** Rozłóż wielomiany na czynniki.

$$\begin{aligned} \text{a) } & x^4 - 25 = (x^2 - 5)(x^2 + 5) = \\ & = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})(x^2 + 5) \end{aligned}$$

Dwukrotnie stosujemy wzór  
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

$$\begin{aligned} \text{b) } & \underline{x^5 + x^4 + x^3 - 8x^2 - 8x - 8} = \\ & = x^3(x^2 + x + 1) - 8(x^2 + x + 1) = \\ & = (x^2 + x + 1)(x^3 - 8) = \\ & = (x^2 + x + 1)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \end{aligned}$$

W każdym z zaznaczonych trójmianów wyłączamy wspólny czynnik przed nawias.

Wyłączamy wspólny czynnik (trójmian  $x^2 + x + 1$ ) przed nawias.

Stosujemy wzór  
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .

$$\begin{aligned} \text{c) } & x^6 + 2x^3 + 1 = (x^3)^2 + 2x^3 + 1 = \\ & = (x^3 + 1)^2 = [(x + 1)(x^2 - x + 1)]^2 = \\ & = (x + 1)^2(x^2 - x + 1)^2 \end{aligned}$$

Stosujemy wzór  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ , a następnie wzór  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ .

Każdy wielomian można rozłożyć na czynniki stopnia co najwyżej drugiego.

Czasem aby rozłożyć wielomian na czynniki, trzeba się wykazać pomysłowością i zastosować nietypowe metody przekształcania wielomianów, np. przedstawić jednomian jako sumę dwóch jednomianów albo dodać i odjąć ten sam jednomian.

**P**

Rozłóż wielomiany na czynniki.

$$\text{a) } 2x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 1 =$$

$$= \underline{x^4 + x^3 + x^2} + 2x^2 + x + 1 =$$

$$= x^2(2x^2 + x + 1) + 2x^2 + x + 1 =$$

$$= (2x^2 + x + 1)(x^2 + 1)$$

..... Zastępujemy jednomian  $3x^2$  sumą  $x^2 + 2x^2$ .

..... W zaznaczonym trójmianie wyłączamy wspólny czynnik przed nawias.

..... Wyłączamy wspólny czynnik (trójmian  $2x^2 + x + 1$ ) przed nawias.

$$\text{b) } 4x^3 - 5x + 1 =$$

$$= \underline{4x^3 - 4x} - \underline{x} + 1 =$$

$$= 4x(x^2 - 1) - (x - 1) =$$

$$= 4x(x - 1)(x + 1) - (x - 1) =$$

$$= (x - 1)[4x(x + 1) - 1] =$$

$$= (x - 1)(4x^2 + 4x - 1)$$

..... Zastępujemy jednomian  $-5x$  sumą  $-4x - x$ .

..... W zaznaczonych dwumianach wyłączamy wspólny czynnik przed nawias.

..... Stosujemy wzór  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

..... Wyłączamy wspólny czynnik (dwumian  $x - 1$ ) przed nawias.

$$\text{c) } x^4 + 4 =$$

$$= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 =$$

$$= (x^2 + 2)^2 - 4x^2 =$$

$$= (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x) =$$

$$= (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$$

..... Dodajemy i odejmujemy jednomian  $4x^2$ .

..... Stosujemy wzór  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ .

..... Stosujemy wzór  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

**1.** Rozłóż wielomian na czynniki.

**a)**  $x^5 + x^3$

**b)**  $x^4 - x^3 + x^2$

**c)**  $x^3 + 4x^2 + x + 4$

**d)**  $6x^3 - 5x^2 + 6x - 5$

**e)**  $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$

**f)**  $x^3 - 5x^2 + 3x - 15$

**g)**  $2x^3 - 3x^2 + 6x - 9$