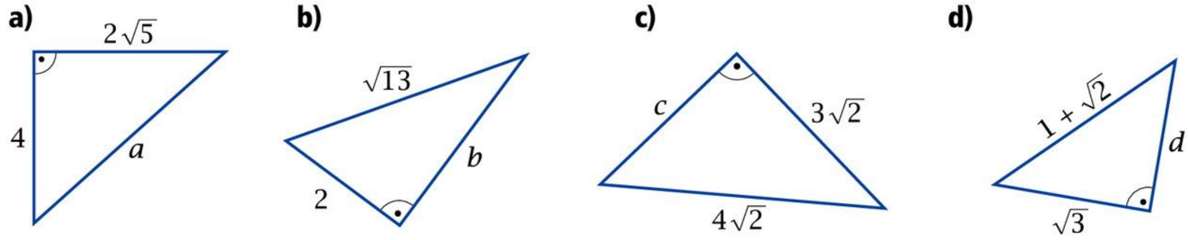
08.11.2020r. - matematyka – semestr III – lekcja 1, 2, 3

Temat: Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.

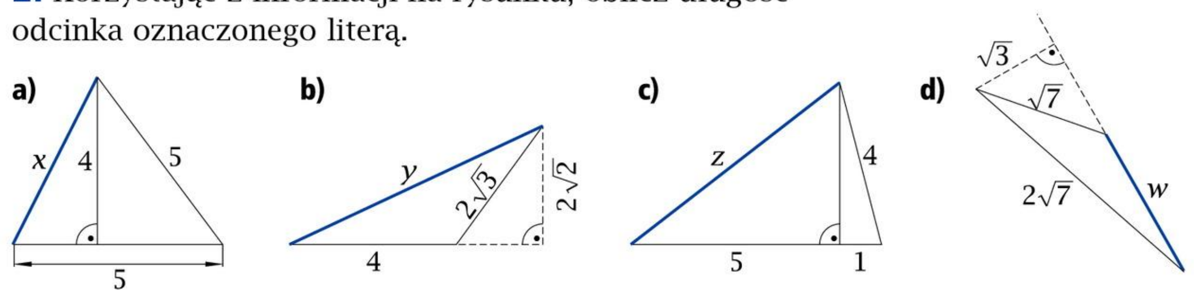
Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa

Jeżeli suma kwadratów długości dwóch boków trójkąta jest równa kwadratowi długości trzeciego boku, to ten trójkąt jest prostokątny.

1. Oblicz długość boku oznaczonego literą.



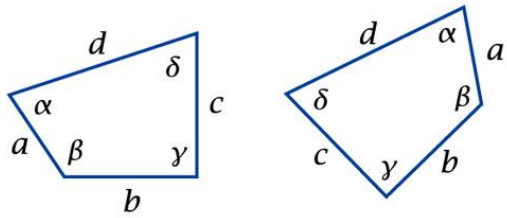
2. Korzystając z informacji na rysunku, oblicz długość odcinka oznaczonego literą.



08.11.2020r. - matematyka – semestr III – lekcja 1, 2, 3

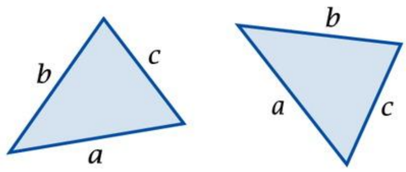
Temat: Własności trójkątów (cd.).

O dwóch wielokątach mówimy, że są przystające, jeśli kolejne boki jednego wielokąta mają takie same długości jak odpowiednie kolejne boki drugiego wielokąta i kąty między odpowiadającymi sobie bokami mają równe miary.



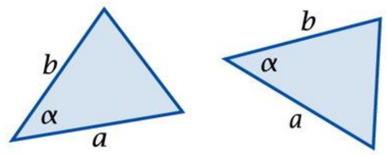
Aby stwierdzić, czy dwa trójkąty są przystające, nie trzeba sprawdzać, czy wszystkie odpowiednie boki mają równe długości i czy wszystkie odpowiednie kąty mają równe miary. Można bowiem skorzystać z cech przystawania trójkątów, które przypominamy poniżej.

Cechy przystawania trójkątów



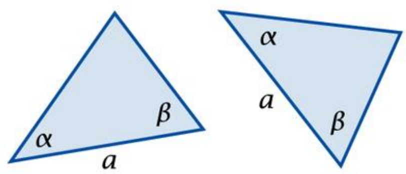
Cecha bbb

Jeśli boki jednego trójkąta mają takie same długości jak odpowiednie boki drugiego trójkąta, to trójkąty są przystające.



Cecha bkb

Jeśli dwa boki jednego trójkąta mają takie same długości jak odpowiednie boki drugiego trójkąta i kąty między tymi bokami są równe, to trójkąty są przystające.



Cecha kbk

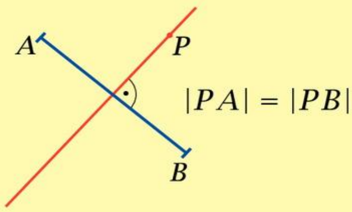
Jeśli bok jednego trójkąta ma taką samą długość jak bok drugiego trójkąta, a kąty jednego trójkąta przy tym boku są równe odpowiednim kątom drugiego trójkąta, to trójkąty są przystające.

Korzystając z cech przystawania trójkątów, można udowodnić niektóre własności geometryczne.

Symetralna odcinka to prosta do niego prostopadła i przechodząca przez jego środek.

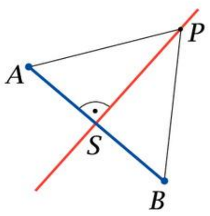
Twierdzenie

Punkt należy do symetralnej odcinka wtedy i tylko wtedy, gdy jest jednakowo oddalony od jego końców.



Dowód

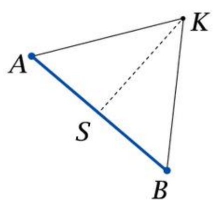
Pokażemy, że jeśli punkt P leży na symetralnej odcinka AB, to $|PA| = |PB|$.



Niech S będzie środkiem odcinka AB i $P \neq S$. Trójkąty ASP i BSP mają wspólny bok SP. Ponadto $|AS| = |SB|$ i kąt o wierzchołku S w obu trójkątach jest prosty. Zatem z cechy *bkb* wynika, że trójkąty te są przystające. Wobec tego $|PA| = |PB|$.

Gdy $P = S$, to oczywiście także $|PA| = |PB|$.

Pokażemy, że jeśli punkt K leży w jednakowej odległości od końców odcinka AB, to leży on na symetralnej tego odcinka.



Niech S będzie środkiem odcinka AB i $K \neq S$. Trójkąty ASK i BSK mają odpowiednie boki tej samej długości, więc z cechy *bbb* wynika, że trójkąty te są przystające. Wobec tego $|\sphericalangle ASK| = |\sphericalangle BSK|$, a ponieważ są to kąty przyległe, więc oba są kątami prostymi. Wynika stąd, że prosta KS jest symetralną odcinka AB.

Gdy $K = S$, to oczywiście K leży na symetralnej odcinka AB. ☐

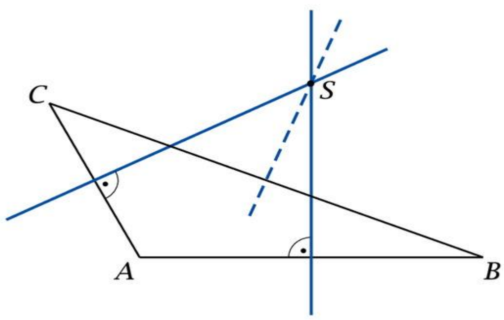
Twierdzenie

W każdym trójkącie symetralne boków przecinają się w jednym punkcie.

Dowód

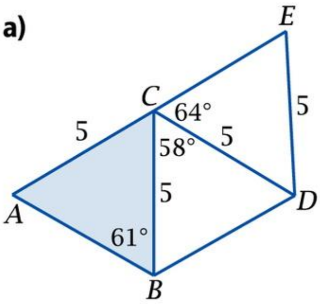
Niech S będzie punktem przecięcia symetralnych boków AB i AC w trójkącie ABC. Z własności symetralnej wynika, że $|SA| = |SB|$ oraz $|SA| = |SC|$.

Stąd $|SB| = |SC|$, a to oznacza, że punkt S leży także na symetralnej boku BC. ☐

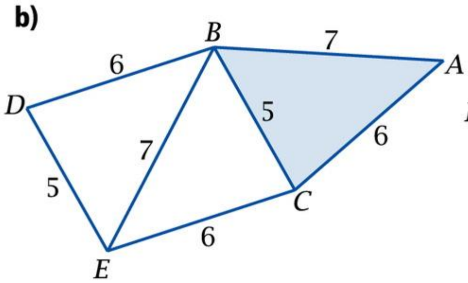


1. Korzystając z informacji podanych na rysunku, znajdź trójkąt przystający do zacienionego trójkąta.

a)



b)



c)