

Temat: Podstawowe własności trójkątów.

W trójkącie najdłuższy bok leży naprzeciw kąta o największej mierze, a najkrótszy bok leży naprzeciw najmniejszego kąta.

**ĆWICZENIE A** a) W trójkącie  $ABC$  dane są:  $|AB| = 12$ ,  $|BC| = 14$ ,  $|AC| = 22$ . Który kąt tego trójkąta jest największy?

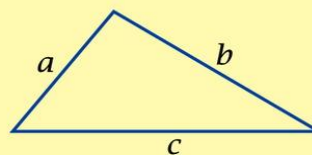
b) W trójkącie  $KLM$  dane są  $|\sphericalangle KLM| = 71^\circ$  i  $|\sphericalangle LKM| = 66^\circ$ . Który bok tego trójkąta jest najdłuższy?

**ĆWICZENIE B** Dwa boki trójkąta mają długości 5 cm i 2 cm. Czy trzeci bok trójkąta może mieć długość 7 cm? Czy może mieć długość 2 cm?

Nie zawsze z trzech wybranych odcinków można zbudować trójkąt. Warunek, jaki muszą spełniać boki trójkąta, jest opisany przez poniższe twierdzenie.

**Twierdzenie  
(nierówność trójkąta)**

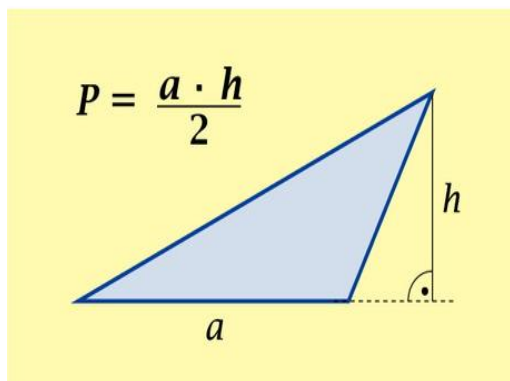
*Suma długości dowolnych dwóch boków trójkąta jest większa niż długość trzeciego boku.*



$$a + b > c \quad b + c > a \quad a + c > b$$

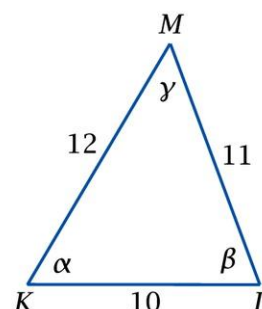
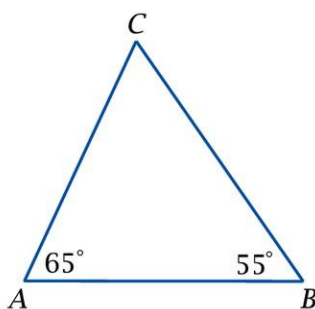
Uwaga. Jeśli dane są trzy odcinki o różnych długościach, to aby stwierdzić, czy można skonstruować z nich trójkąt, wystarczy sprawdzić, czy suma długości dwóch krótszych odcinków jest większa od długości trzeciego odcinka.

**ĆWICZENIE C** Dane są odcinki o długościach  $a = 2$ ,  $b = 5$ ,  $c = 8$ ,  $d = 9$ . Wybierz takie trzy z nich, które mogą być bokami tego samego trójkąta.

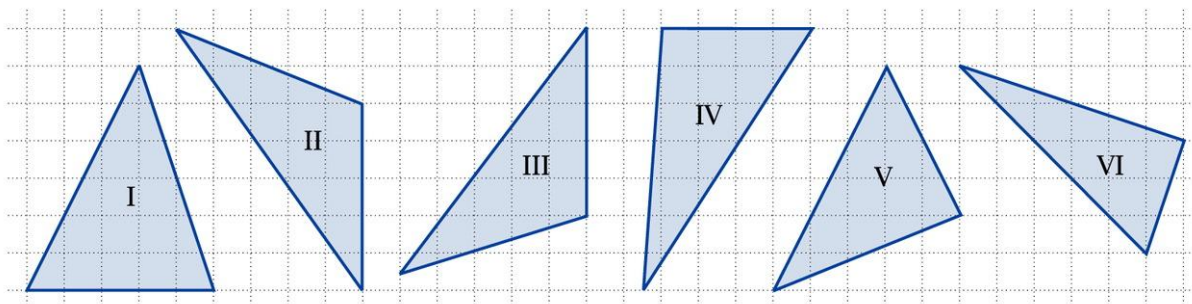


Pole trójkąta jest równe połowie iloczynu długości boku i wysokości poprowadzonej do prostej zawierającej ten bok.

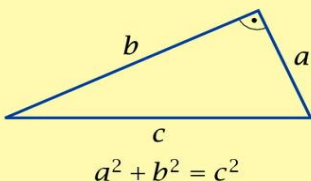
1. a) Który z boków trójkąta  $ABC$  jest najdłuższy, a który – najkrótszy?  
 b) Który z kątów trójkąta  $KLM$  jest największy, a który – najmniejszy?



2. Oblicz pola poniższych trójkątów. Przyjmij, że bok kratki ma długość 1.

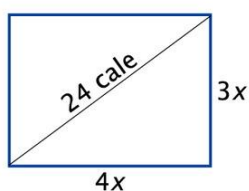


Temat: Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.



**Twierdzenie Pitagorasa**  
*W trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej.*

**PRZYKŁAD** Wielkość ekranu telewizora określamy, podając długość jego przekątnej (w calach). Jakie wymiary w centymetrach ma 24-calowy ekran, jeżeli stosunek jego szerokości do wysokości wynosi 4 : 3? (1 cal = 2,54 cm)



Wykonujemy rysunek pomocniczy; stosunek 4 : 3 oznacza, że jeśli dla pewnego  $x$  szerokość ekranu wynosi  $4x$ , to wysokość ekranu wynosi  $3x$ .

$$(4x)^2 + (3x)^2 = 24^2$$

$$16x^2 + 9x^2 = 24^2$$

$$25x^2 = 24^2$$

$$x^2 = \frac{24^2}{25}$$

$$x = \frac{24}{5}$$

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa (musimy pamiętać, że wynik otrzymamy w calach).

Litera  $x$  oznacza długość pewnego odcinka, czyli jest liczbą dodatnią, więc ujemnego rozwiązania równania kwadratowego ( $-\frac{24}{5}$ ) nie bierzemy pod uwagę.

$$\text{Wysokość ekranu} = 3 \cdot \frac{24}{5} \text{ cali} = 3 \cdot \frac{24}{5} \cdot 2,54 \text{ cm} \approx 36,6 \text{ cm}$$

$$\text{Szerokość ekranu} = 4 \cdot \frac{24}{5} \cdot 2,54 \text{ cm} \approx 48,8 \text{ cm}$$

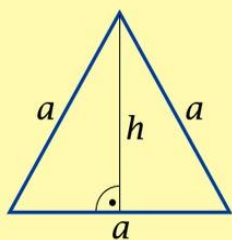
Odp. Ekran telewizora ma wymiary (w przybliżeniu)  $48,8 \text{ cm} \times 36,6 \text{ cm}$ .

**ZADANIE** Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest dwa razy dłuższa od drugiej. Przeciwprostokątna ma długość 10. Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta.

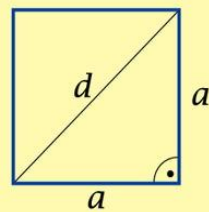
Wzory pozwalające obliczyć wysokość i pole trójkąta równobocznego oraz długość przekątnej kwadratu możesz zawsze łatwo otrzymać, korzystając z twierdzenia Pitagorasa.

Wzór na wysokość oraz pole trójkąta  
równobocznego

Wzór na przekątną kwadratu



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$
$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$d = a\sqrt{2}$$