

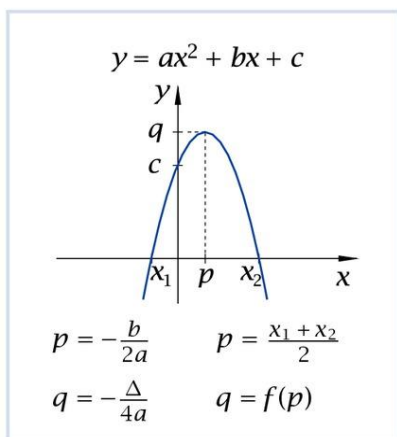
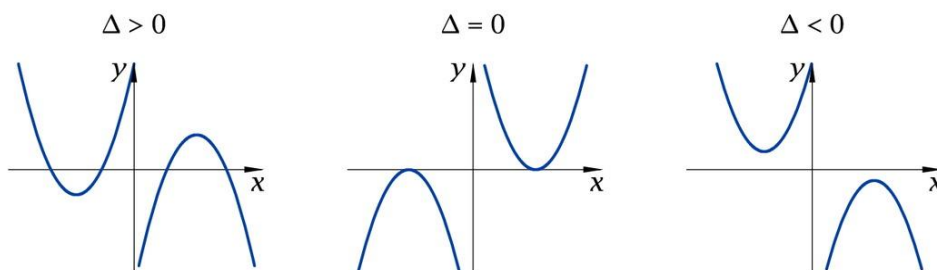
Temat: Przykłady funkcji i ich własności.

Funkcja określona wzorem  $y = ax^2 + bx + c$ , gdzie  $a \neq 0$ , to funkcja kwadratowa. Jej wykresem jest parabola o ramionach skierowanych do góry, gdy  $a > 0$ , lub w dół, gdy  $a < 0$ . Liczba miejsc zerowych takiej funkcji zależy od wartości wyrażenia  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

Gdy  $\Delta > 0$ , funkcja ma dwa miejsca zerowe:  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

Gdy  $\Delta = 0$ , funkcja ma jedno miejsce zerowe:  $x_0 = \frac{-b}{2a}$ .

Gdy  $\Delta < 0$ , funkcja nie ma miejsc zerowych.



Wzór funkcji kwadratowej można zapisać w postaci ogólnej lub kanonicznej, a jeśli funkcja ta ma miejsca zerowe, to także w postaci iloczynowej.

Postać ogólna:  $y = ax^2 + bx + c$

Postać kanoniczna:  $y = a(x - p)^2 + q$

Postać iloczynowa:  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

Gdy funkcja kwadratowa ma jedno miejsce zerowe  $x_0$ , to wzór funkcji można zapisać w postaci  $y = a(x - x_0)^2$ .

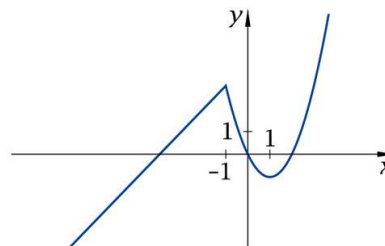
Czasami nie dla wszystkich argumentów wartości funkcji są określone za pomocą tego samego wyrażenia. Oto przykład takiej funkcji:

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & \text{dla } x \leq -1 \\ x(x-2) & \text{dla } x > -1 \end{cases}$$

Zapis ten oznacza, że dla argumentów mniejszych od  $-1$  lub równych  $-1$  wartość funkcji  $f$  obliczamy ze wzoru  $f(x) = x + 4$ , a dla argumentów większych od  $-1$  korzystamy ze wzoru  $f(x) = x(x - 2)$ . Na przykład:

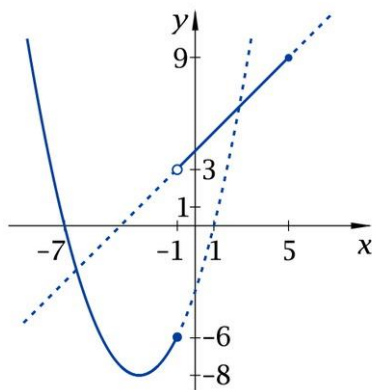
$$\begin{aligned} f(-5) &= -5 + 4 = -1 \\ f(-1) &= -1 + 4 = 3 \\ f(2) &= 2(2 - 2) = 0 \\ f(4) &= 4(4 - 2) = 8 \end{aligned}$$

Na rysunku obok przedstawiono wykres tej funkcji. Tworzą go fragmenty prostej i paraboli. Wykres ten jest linią ciągłą (można go narysować bez odrywania ołówka od kartki).



**PRZYKŁAD** Narysuj wykres podanej funkcji.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+7)(x-1) & \text{dla } x \in (-\infty; -1) \\ x+4 & \text{dla } x \in (-1; 5) \end{cases}$$



Najpierw szkicujemy wykres funkcji  $y = \frac{1}{2}(x+7)(x-1)$ .  
Miejscami zerowymi są  $-7$  i  $1$ , współrzędne wierzchołka paraboli to  $\frac{-7+1}{2} = -3$  i  $\frac{1}{2}(-3+7)(-3-1) = -8$ , a wartość tej funkcji dla  $x = -1$  wynosi  $-6$ .

Następnie szkicujemy wykres funkcji  $y = x + 4$  (wartość tej funkcji dla  $x = -1$  wynosi  $3$ , a dla  $x = 5$  wynosi  $9$ ).

Na koniec zaznaczamy odpowiednie fragmenty paraboli i prostej.

**ZADANIE**

Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{dla } x \in \langle -3; 1 \rangle \\ 2x - 5 & \text{dla } x \in \langle 1; +\infty \rangle \end{cases}$ .