Temat: Przykłady funkcji i ich własności.

Niech dziedziną funkcji f będzie zbiór liczbowy.

Przypomnijmy, że:

Funkcja f jest rosnąca, gdy dla dowolnych argumentów x_1, x_2 spełniony jest warunek:

$$x_1 < x_2 \iff f(x_1) < f(x_2)$$

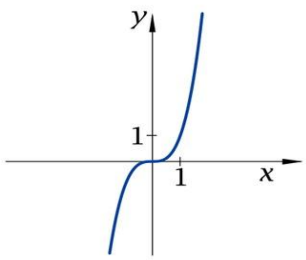
Funkcja f jest malejąca, gdy dla dowolnych argumentów x_1, x_2 spełniony jest warunek:

$$x_1 < x_2 \iff f(x_1) > f(x_2)$$

Funkcja f jest stała, gdy dla każdego argumentu x funkcja przyjmuje tę samą wartość.

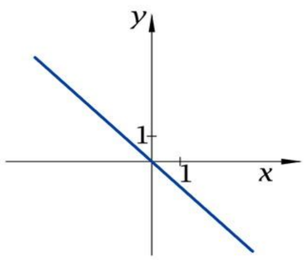
Oto przykłady kilku funkcji. Każda z nich jest albo rosnąca, albo malejąca, albo stała w całej swojej dziedzinie. O każdej z tych funkcji możemy powiedzieć, że jest monotoniczna.

$y = x^3$



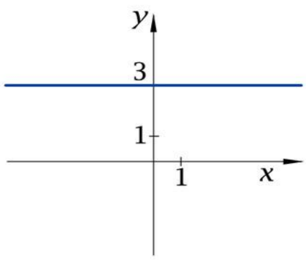
funkcja rosnąca

$y = -x$



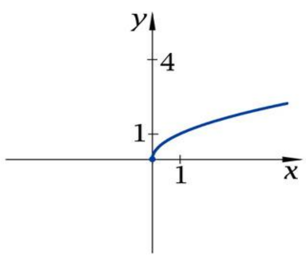
funkcja malejąca

$y = 3$



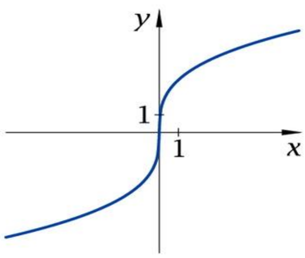
funkcja stała

$y = \sqrt{x}$



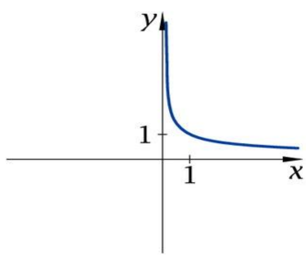
funkcja rosnąca

$y = 3\sqrt[3]{x}$



funkcja rosnąca

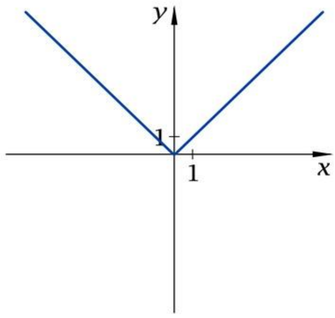
$y = \frac{1}{\sqrt{x}}$



funkcja malejąca

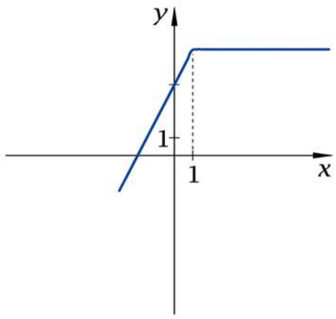
Żadna z poniższych funkcji nie jest monotoniczna, ale możemy wyznaczyć przedziały ich monotoniczności, czyli podzielić dziedziny tych funkcji na takie przedziały, w których dana funkcja jest albo rosnąca, albo malejąca, albo stała.

$f_1(x) = |x|$



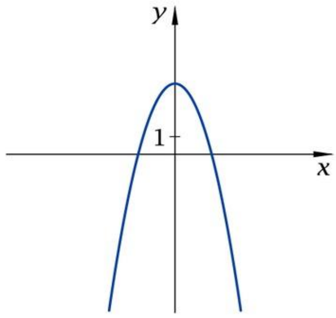
Funkcja f_1 jest malejąca w zbiorze $\left(-\infty;0\right\rangle$ i jest rosnąca w zbiorze $\left\langle 0;+\infty\right)$.

$f_2(x) = x - |x-1| + 5$



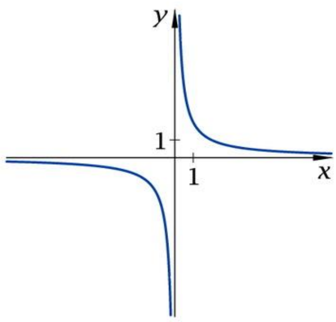
Funkcja f_2 jest rosnąca w zbiorze $\left(-\infty;1\right\rangle$ i jest stała w zbiorze $\left\langle 1;+\infty\right)$.

$f_3(x) = -x^2 + 4$



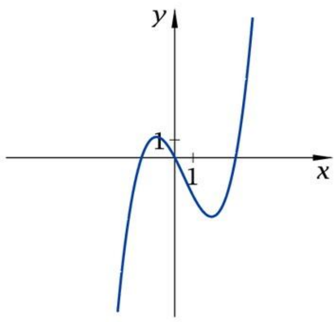
Funkcja f_3 jest rosnąca w zbiorze $\left(-\infty;0\right\rangle$ i jest malejąca w zbiorze $\left\langle 0;+\infty\right)$.

$f_4(x) = \frac{2}{x}$



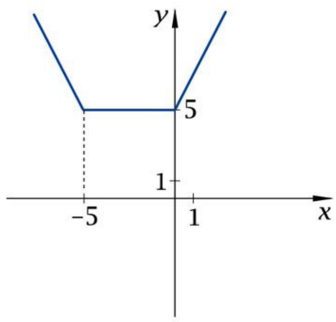
Funkcja f_4 jest malejąca w zbiorze $\left(-\infty;0\right)$ i jest malejąca w zbiorze $\left(0;+\infty\right)$.

$f_5(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$



Funkcja f_5 jest rosnąca w zbiorze $\left(-\infty;-1\right\rangle$, jest malejąca w zbiorze $\left\langle -1;2\right\rangle$ i jest rosnąca w zbiorze $\left\langle 2;+\infty\right)$.

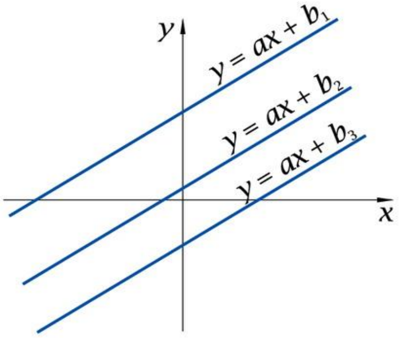
$f_6(x) = |x| + |x+5|$



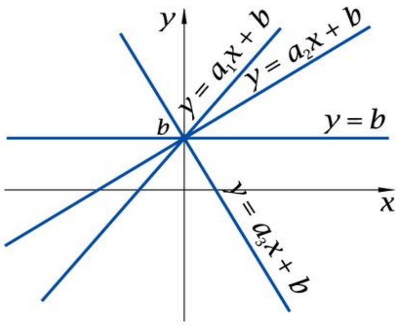
Funkcja f_6 jest malejąca w zbiorze $\left(-\infty;-5\right\rangle$, jest stała w zbiorze $\left\langle -5;0\right\rangle$ i jest rosnąca w zbiorze $\left\langle 0;+\infty\right)$.

Jeżeli funkcja jest określona na zbiorze $\mathbb{R}$ i jej wzór ma postać $y = W(x)$, gdzie $W(x)$ jest wielomianem, to taką funkcję nazywamy wielomianową.

Funkcja określona wzorem $y = ax + b$ to funkcja liniowa. Jej wykresem jest prosta. Gdy $a > 0$, to jest funkcją rosnącą, gdy $a < 0$, to jest funkcją malejącą, a gdy $a = 0$, to jest funkcją stałą.



Wykresy funkcji typu $y = ax + b$ o tym samym współczynniku a są prostymi równoległymi.



Wykresy funkcji typu $y = ax + b$ o tym samym współczynniku b przecinają się w punkcie $(0, b)$.

1. Dopasuj wzory do wykresów.

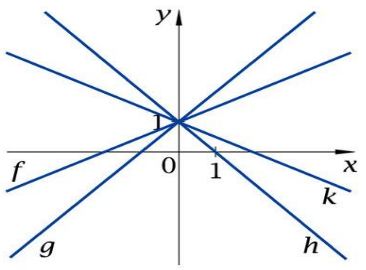
a)

$y = x + 1$

$y = -x + 1$

$y = \frac{1}{2}x + 1$

$y = -\frac{1}{2}x + 1$



b)

$y = x + 3$

$y = -x - 2$

$y = -2x + 3$

$y = 3x + 2$