12.12.2020r. - matematyka – semestr I – lekcja 1, 2

Temat: Rozwiązywanie nierówności.

Rozwiązaniem nierówności nazywamy każdą liczbę, która ją spełnia. Nierówność możemy uważać za rozwiązaną, jeżeli określimy zbiór wszystkich jej rozwiązań.

Przy rozwiązywaniu nierówności postępujemy bardzo podobnie jak przy rozwiązywaniu równań. Należy jednak pamiętać, że gdy mnożymy lub dzielimy obie strony nierówności przez liczbę ujemną, musimy zmienić zwrot nierówności na przeciwny.

PRZYKŁAD Rozwiąż nierówność i zaznacz jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej.

a) $-3x + 4 \leqslant 10 \quad | -4$

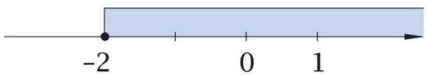
Od obu stron odejmujemy 4.

$-3x \leqslant 6 \quad | : (-3)$

Obie strony dzielimy przez -3, zmieniamy zwrot nierówności na przeciwny.

$x \geqslant -2$

Rozwiązaniami nierówności są wszystkie liczby większe od -2 oraz liczba -2.



Ilustrujemy zbiór rozwiązań na osi liczbowej.

$x \in \langle -2 ; +\infty)$

Rozwiązanie nierówności możemy przedstawić za pomocą przedziału.

b) $\frac{x-1}{2} < \frac{1}{8}x + \frac{3}{4} \quad | \cdot 8$

Mnożymy obie strony przez 8.

$4(x-1) < x + 6$

Przekształcamy lewą stronę.

$4x - 4 < x + 6 \quad | -x + 4$

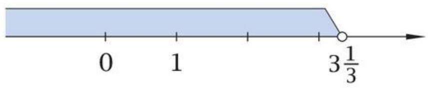
Do obu stron dodajemy $-x + 4$.

$3x < 10 \quad | : 3$

Obie strony dzielimy przez 3.

$x < 3\frac{1}{3}$

Rozwiązaniami nierówności są wszystkie liczby mniejsze od $3\frac{1}{3}$.



Ilustrujemy zbiór rozwiązań na osi liczbowej.

$x \in \left(-\infty ; 3\frac{1}{3}\right)$

Rozwiązanie nierówności możemy zapisać za pomocą przedziału.

Zadanie 1. Rozwiąż nierówność

a) $3(2x - 5) < 10x + 1$

b) $\frac{5x - 4}{-3} \geqslant 2x - 6$

Zadanie 2. Rozwiąż nierówność i zaznacz jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej.

a) $4x - 7 < 2x + 3$

b) $-x + 4 > -3(x - 1)$

c) $2(x + 1) + x \geqslant 4x$

d) $-2(x + 6) > 4(3 + 2x)$

e) $3(2 - x) \leqslant -\frac{2}{3}(6x - 21)$

f) $6 - 3x \geqslant 10x - 3$

g) $\frac{4}{5}(x + 25) \leqslant -0{,}1(2x - 10)$

h) $7\left(2 - \frac{1}{7}x\right) > -6\left(5 - \frac{1}{2}x\right)$

12.12.2020r. - matematyka – semestr I – lekcja 1, 2

Temat: Nierówności z wartością bezwzględną.

Przypomnijmy, że $|a|$ można interpretować jako odległość (na osi liczbowej) liczby a od zera. Nierówność $|a| < 5$ spełniają więc te liczby, których odległość od zera jest mniejsza od 5, czyli liczby większe od -5 i jednocześnie mniejsze od 5.

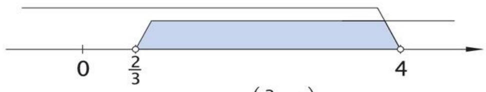
PRZYKŁAD 1 Rozwiąż nierówność $|7-3x| < 5$.

$|7-3x| < 5$

$7-3x > -5$ i $7-3x < 5$

$-3x > -12$ i $-3x < -2$

$x < 4$ i $x > \frac{2}{3}$



Zaznaczamy zbiory rozwiązań obu nierówności na osi; wspólna część tych zbiorów to zbiór rozwiązań nierówności $|7-3x| < 5$.

$x \in \left(\frac{2}{3}; 4\right)$

ZADANIE Rozwiąż nierówność.

a) $|x-9| < 4$

b) $|7+2x| \leqslant 3$

Nierówność $|a| > 5$ spełniają te liczby, których odległość od zera (na osi liczbowej) jest większa od 5, a więc liczby mniejsze od -5, a także liczby większe od 5.

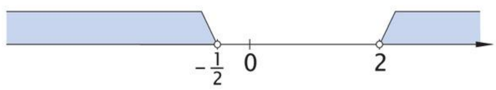
PRZYKŁAD 2 Rozwiąż nierówność $|3-4x| > 5$.

$|3-4x| > 5$

$3-4x < -5$ lub $3-4x > 5$

$-4x < -8$ $\quad$ $-4x > 2$

$x > 2$ lub $x < -\frac{1}{2}$



Zaznaczamy zbiory rozwiązań obu nierówności na osi; suma tych zbiorów to zbiór rozwiązań nierówności $|3-4x| > 5$.

$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(2; +\infty\right)$

ZADANIE Rozwiąż nierówność.

a) $|x+8| \geqslant 7$

b) $|4-3x| > 8$

1. Rozwiąż nierówność.

a) $|2x| < 9$ **b)** $|x - 2| \leqslant 1$ **c)** $|3y + 5| \leqslant 4$

2. Rozwiąż nierówność.

a) $|x + 3| > 3$ **b)** $|4z + 1| > 5$ **c)** $|5 - 2x| \geqslant 1$