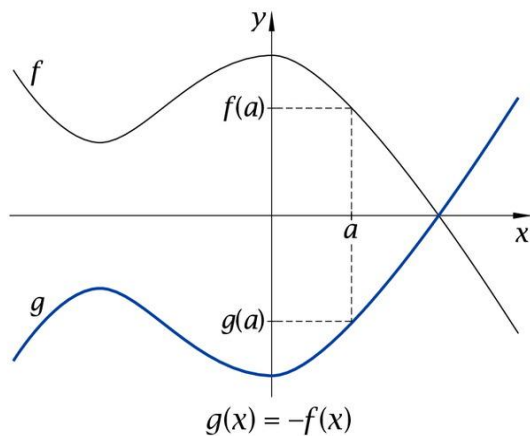
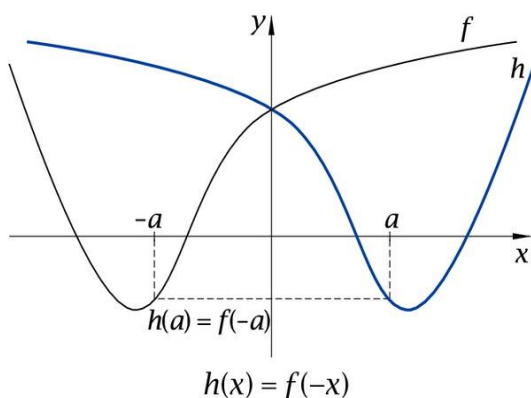


Temat: Przekształcanie wykresów funkcji.

Na każdym z rysunków jest przedstawiony wykres pewnej funkcji f oraz jego odbicie symetryczne.



Wykres funkcji g powstał przez odbicie symetryczne wykresu funkcji f względem osi x . Dla każdego argumentu x wartości funkcji g i f są liczbami przeciwnymi. Zatem dla argumentu x funkcja g przyjmuje wartość $-f(x)$.



Wykres funkcji h powstał przez odbicie symetryczne wykresu funkcji f względem osi y . Dla każdego argumentu x wartość funkcji h jest taka sama jak wartość funkcji f dla argumentu $-x$.

PRZYKŁAD 1 Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^3 - \frac{1}{1-x}$.

a) Zapisz wzór funkcji g , której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem osi x .

$$g(x) = -f(x) = -\left(x^3 - \frac{1}{1-x}\right) = -x^3 + \frac{1}{1-x}$$

$$\underline{g(x) = -x^3 + \frac{1}{1-x}}$$

b) Zapisz wzór funkcji h , której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem osi y .

$$h(x) = f(-x) = (-x)^3 - \frac{1}{1-(-x)} = -x^3 - \frac{1}{1+x}$$

$$\underline{h(x) = -x^3 - \frac{1}{1+x}}$$

ZADANIE Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 3x^2 - x + 7$. Znajdź wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku odbicia symetrycznego wykresu funkcji f :

a) względem osi x ,

b) względem osi y .

PRZYKŁAD 2 Wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{2x-1} + 3$ przekształcono najpierw przez symetrię względem osi y , potem przez symetrię względem osi x , a następnie przesunięto o 5 jednostek w lewo i o 2 jednostki w dół. Zapisz wzór funkcji, której wykres otrzymano.

$$f(x) = \frac{1}{2x-1} + 3$$

$$f_1(x) = f(-x) = \frac{1}{2(-x)-1} + 3 = \frac{1}{-2x-1} + 3$$

$$f_1(x) = \frac{1}{-2x-1} + 3$$

..... Zapisujemy wzór funkcji f_1 , której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem osi y .

$$f_2(x) = -f_1(x) = -\left(\frac{1}{-2x-1} + 3\right) = \frac{1}{2x+1} - 3$$

$$f_2(x) = \frac{1}{2x+1} - 3$$

..... Zapisujemy wzór funkcji f_2 , której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f_1 względem osi x .

$$f_3(x) = f_2(x+5) - 2 = \frac{1}{2(x+5)+1} - 3 - 2$$

$$\underline{f_3(x) = \frac{1}{2x+11} - 5}$$

..... Zapisujemy wzór funkcji f_3 , której wykres otrzymano, przesuując wykres funkcji f_2 o 5 jednostek w lewo i o 2 jednostki w dół.

ZADANIE Wykres funkcji $f(x) = 6\sqrt{x+4} - 2x$ najpierw przekształcono przez symetrię względem osi y , potem przez symetrię względem osi x , a następnie przesunięto o 7 jednostek w lewo i o 5 jednostek w górę. Podaj wzór funkcji, której wykres otrzymano.

PRZYKŁAD 3 Korzystając z wykresu funkcji $y = \sqrt{x}$, narysuj wykres funkcji

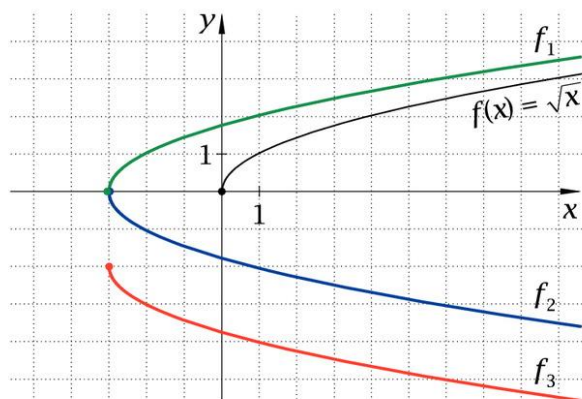
$$y = -\sqrt{x+3} - 2.$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f_1(x) = f(x+3), \text{ czyli } f_1(x) = \sqrt{x+3}$$

$$f_2(x) = -f_1(x), \text{ czyli } f_2(x) = -\sqrt{x+3}$$

$$f_3(x) = f_2(x) - 2, \text{ czyli } f_3(x) = -\sqrt{x+3} - 2$$



Zapisujemy wzory funkcji, które możemy otrzymać po kolejnych przekształceniach.

Kolejność przekształceń:

1. Przesuwamy wykres funkcji f o 3 jednostki w lewo i otrzymujemy wykres funkcji f_1 .
2. Odbijamy wykres funkcji f_1 względem osi x , otrzymujemy wykres funkcji f_2 .
3. Przesuwamy wykres funkcji f_2 o 2 jednostki w dół i otrzymujemy wykres funkcji f_3 .

ZADANIE Korzystając z wykresu funkcji $y = \sqrt{x}$, narysuj wykres funkcji $y = \sqrt{-x} + 4$.