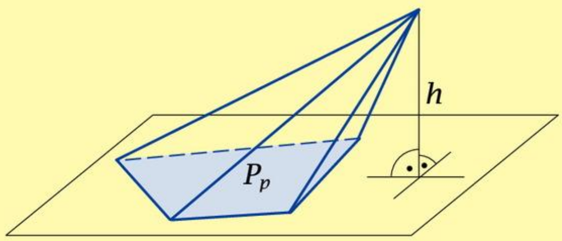
22.05.2021r. - matematyka – semestr IV – lekcja 1, 2

Temat: Ostrosłupy.

Pole powierzchni ostrosłupa to suma pola podstawy i pola powierzchni bocznej, czyli sumy powierzchni ścian bocznych.

Objętość ostrosłupa stanowi $\frac{1}{3}$ objętości graniastosłupa o takich samych podstawie i wysokości.

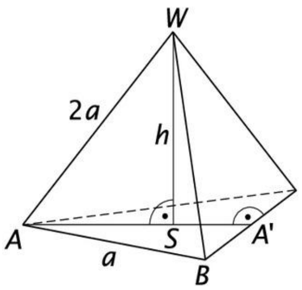


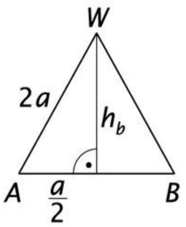
Objętość ostrosłupa:

$$V = \frac{1}{3}P_p \cdot h$$

P_p — pole podstawy ostrosłupa
h — wysokość ostrosłupa

PRZYKŁAD 2 Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość a, a krawędź boczna ma długość $2a$. Jakie jest pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa? Jaką objętość ma ten ostrosłup?





$$h_b = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{15}$$

$$P_c = P_p + 3P_s = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2}\sqrt{15} =$$

$$= \underline{\frac{a^2}{4}\left(\sqrt{3} + 3\sqrt{15}\right)}$$

$$|AS| = \frac{2}{3}|AA'| = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Wysokość trójkąta równobocznego o boku a wynosi $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, a spodek wysokości ostrosłupa dzieli ją w stosunku 1 : 2.

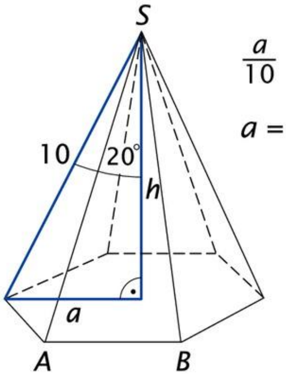
$$h = \sqrt{|AW|^2 - |AS|^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{3a^2}{9}} = a\sqrt{\frac{11}{3}}$$

$$V = \frac{1}{3}P_p \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{\frac{11}{3}} = \underline{\frac{a^3}{12}\sqrt{11}}$$

Pole trójkąta równobocznego o boku a jest równe $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

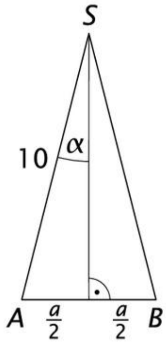
ZADANIE Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 13, a wysokość tego ostrosłupa ma długość 5. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego ostrosłupa.

PRZYKŁAD 3 Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 10 cm, a kąt między tą krawędzią a wysokością ostrosłupa ma miarę 20°. Jaką miarę ma kąt między sąsiednimi krawędziami bocznymi?



$$\frac{a}{10} = \sin 20^\circ$$

$$a = 10 \sin 20^\circ$$



$$\sin\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{10} = \frac{a}{20} = \frac{10\sin 20^\circ}{20} =$$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{2} \approx 0{,}171$$

$$\alpha \approx 10^\circ$$

$$|\sphericalangle ASB| = 2\alpha \approx 20^\circ$$

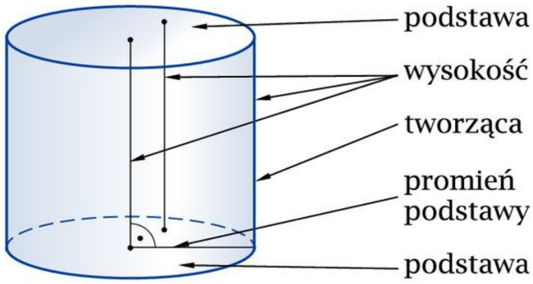
Odp. Kąt między sąsiednimi krawędziami bocznymi wynosi około 20°.

ZADANIE Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 6, a kąt między tą krawędzią i wysokością ostrosłupa ma miarę 35°. Jaką miarę ma kąt między sąsiednimi krawędziami bocznymi?

22.05.2021r. - matematyka – semestr IV – lekcja 1, 2

Temat: Walec.

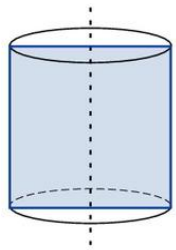
W walcu można wskazać dwie podstawy, które są przystającymi kołami leżącymi na równoległych płaszczyznach.

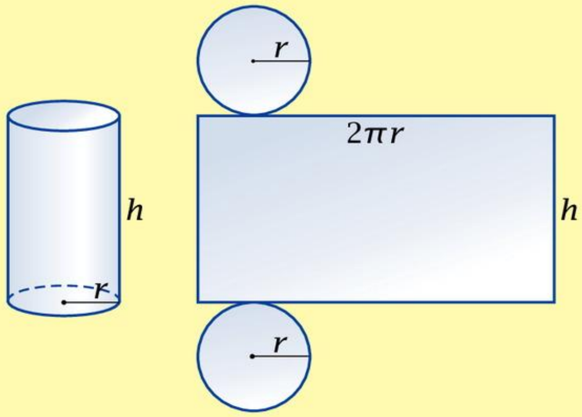


Każdy odcinek łączący płaszczyzny podstaw i prostopadły do nich nazywamy **wysokością walca**.

Wysokości, które łączą brzegi podstaw, tworzą powierzchnię boczną walca. Każdą taką wysokość nazywamy **tworzącą walca**.

Przecinając bryłę obrotową płaszczyzną zawierającą oś obrotu, otrzymamy **przekrój osiowy** tej bryły. Przekrój osiowy walca jest prostokątem.





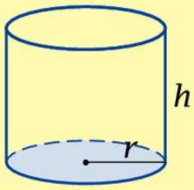
Pole powierzchni całkowitej walca:

$$P_c = 2P_p + P_b$$

$$P_c = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

P_p — pole podstawy
P_b — pole powierzchni bocznej
r — promień podstawy
h — wysokość walca

22.05.2021r. - matematyka – semestr IV – lekcja 1, 2



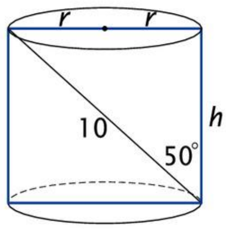
Objętość walca:

$$V = P_p \cdot h$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

P_p — pole podstawy
r — promień podstawy
h — wysokość walca

PRZYKŁAD Kąt między przekątną przekroju osiowego walca a tworzącą walca ma miarę 50°. Przekątna ma długość 10. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca.



$$\frac{2r}{10} = \sin 50^\circ$$

$$r = 5 \sin 50^\circ$$

$$\frac{h}{10} = \cos 50^\circ$$

$$h = 10 \cos 50^\circ$$

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot (5 \sin 50^\circ)^2 \cdot 10 \cos 50^\circ \approx 296$$

$$P_c = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 5 \sin 50^\circ \cdot 10 \cos 50^\circ + 2\pi \cdot (5 \sin 50^\circ)^2 \approx 247$$

Odp. Objętość walca wynosi około 296, a pole jego powierzchni całkowitej — około 247.

ZADANIE Kąt między przekątną przekroju osiowego a średnicą podstawy walca ma miarę 20°. Przekątna ma długość 8. Oblicz objętość i pole powierzchni tego walca.