

Temat: Przykłady wielomianów.

Wyrażenie, które można zapisać w postaci ax^n , gdzie $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, nazywamy **jednomianem** zmiennej x . Gdy $a \neq 0$, liczbę naturalną n nazywamy stopniem jednomianu.

$$ax^n$$

↑ współczynnik
jednomianu
 ← stopień
jednomianu

Przykłady jednomianów:

$$4x^{16} \quad -3m^5$$

$$\frac{2}{3}y \quad -3\sqrt{2}t^{101}$$

Wielomianem stopnia n zmiennej x nazywamy takie wyrażenie, które można zapisać w postaci:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gdzie współczynniki $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ są liczbami rzeczywistymi i $n \in \mathbb{N}$ oraz $a_n \neq 0$.

Współczynnik a_0 nazywany jest wyrazem wolnym.

Zmienna wielomianu może oczywiście być oznaczona dowolną literą.

Przykłady wielomianów:

$$4x^5 + 11x^3 + 7$$

$$3t^7 - 13t^5 + t^4 - 9$$

$$-8a^3 - \frac{2}{3}a^5$$

$$0,04u^8$$

$$2\sqrt{6}x^6 + 3x^5 - x^2 - 3x + 1$$

$$\frac{m}{3} + 2$$

$$6$$

Wartość wielomianu dla danej liczby otrzymamy, wstawiając w wielomianie tę liczbę w miejsce zmiennej.

P Oblicz wartość wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 - x + 10$ dla $x = -1$.

$$W(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - (-1) + 10 = 8$$

Zadanie 1 Oblicz wartość wielomianu dla podanej wartości zmiennej.

a) $-\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}$ dla $x = 2$

c) $3(3x - 2)^2(x + 3)$ dla $x = \frac{2}{3}$

b) $0,02t^5 - 0,042t^3 + t$ dla $t = -10$

d) $x(x - 5)^2(x - 1)$ dla $x = -1$

P

Rozważmy wielomiany: $U(x) = ax^2 + bx$, $V(x) = 2x^3 - 11x^2 + 12x$ oraz $W(x) = x - 3$. Dla jakich wartości współczynników a i b wielomian $U(x) - V(x)$ jest równy wielomianowi $U(x) \cdot W(x)$?

$$U(x) - V(x) = (ax^2 + bx) - (2x^3 - 11x^2 + 12x) = ax^2 + bx - 2x^3 + 11x^2 - 12x = \\ = -2x^3 + (a + 11)x^2 + (b - 12)x$$

$$U(x) \cdot W(x) = (ax^2 + bx)(x - 3) = ax^3 - 3ax^2 + bx^2 - 3bx = ax^3 + (b - 3a)x^2 - 3bx$$

$$U(x) - V(x) = -2x^3 + (a + 11)x^2 + (b - 12)x$$

$$U(x) \cdot W(x) = ax^3 + (b - 3a)x^2 - 3bx$$

$$\begin{cases} -2 = a \\ a + 11 = b - 3a \\ b - 12 = -3b \end{cases}$$

Porównujemy współczynniki obu wielomianów przy odpowiednich potęgach zmiennej; rozwiązujemy układ równań.

Stąd $a = -2$ i $b = 3$.

Liczby $a = -2$ oraz $b = 3$ spełniają każde z trzech równań układu.

Zadanie 2 a) Wartość wielomianu $W(x) = x^3 + rx^2 + sx + t$ dla $x = 1$ wynosi -2 , czyli $W(1) = -2$. Wiadomo też, że $W(-1) = -10$ i $W(0) = -4$. Znajdź wartości współczynników r , s , t .

b) Dany jest wielomian $W(x) = ax^5 + bx^2 + c$. Znajdź wartości współczynników a , b oraz c , jeśli wiadomo, że $W(\sqrt{2}) = 4$, $W(-\sqrt{2}) = -12$ i $W(0) = -10$.