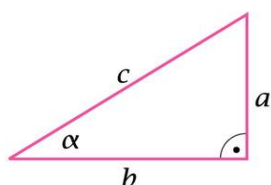
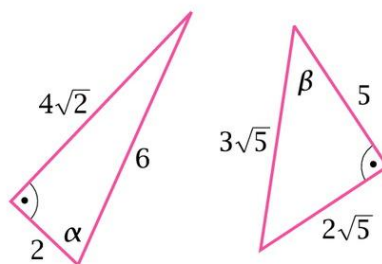


Temat: Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.

- A**
1. Sinusem kąta ostrego w trójkącie prostokątnym nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw tego kąta do długości przeciwprostokątnej. Oblicz $\sin \alpha$ i $\sin \beta$.
 2. Przypomnij określenia pozostałych dwóch funkcji trygonometrycznych — cosinusa i tangensa — i oblicz wartości tych funkcji dla kątów α i β .



Przy oznaczeniach takich jak na rysunku obok funkcje trygonometryczne kąta ostrego α są określone następująco:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

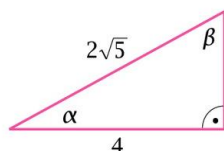
$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Warto pamiętać, że dla większości kątów wartości funkcji trygonometrycznych, które można odczytać z tablic trygonometrycznych, podane są w przybliżeniu. Dla niektórych kątów, np. 30° , 45° i 60° , można podać dokładne wartości funkcji trygonometrycznych. Zebrano je w tabelce obok.

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

- P** W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość 4, a przeciwprostokątna — długość $2\sqrt{5}$. Oblicz miary kątów ostrych tego trójkąta.



$$\cos \alpha = \frac{4}{2\sqrt{5}} \approx 0,89$$

$$\alpha \approx 27^\circ$$

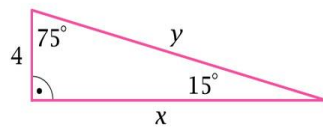
$$\beta = 90^\circ - \alpha \approx 63^\circ$$

Obliczamy wartość odpowiedniej funkcji trygonometrycznej.

Miarę kąta α odczytujemy z tabeli lub obliczamy za pomocą kalkulatora.

Odp. Kąty ostre trójkąta mają miary około 27° i około 63° .

P Krótsza z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego ma długość 4, a jeden z kątów ma miarę 75° . Oblicz długości pozostałych boków tego trójkąta.



$180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$
Najkrótszy bok trójkąta leży naprzeciw najmniejszego kąta.

$$\frac{x}{4} = \operatorname{tg} 75^\circ$$

$$x = 4 \cdot \operatorname{tg} 75^\circ$$

$$x \approx 4 \cdot 3,7321 \approx 14,93$$

$\operatorname{tg} 75^\circ$ odczytujemy z tabeli lub obliczamy za pomocą kalkulatora.

$$\frac{4}{y} = \sin 15^\circ$$

$$y = \frac{4}{\sin 15^\circ}$$

$$y \approx \frac{4}{0,2588} \approx 15,46$$

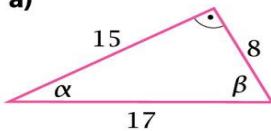
Można też zapisać równanie $\frac{4}{y} = \cos 75^\circ$.

$\sin 15^\circ$ odczytujemy z tabeli lub obliczamy za pomocą kalkulatora.

Odp. Pozostałe boki trójkąta mają długości około 14,93 i około 15,46.

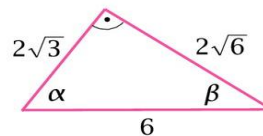
1. Oblicz wartości podanych funkcji trygonometrycznych kątów α i β .

a)



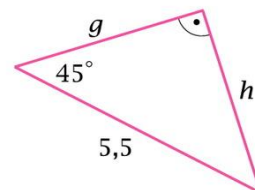
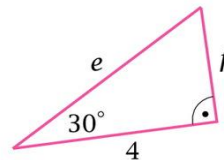
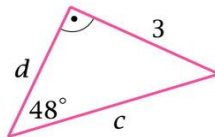
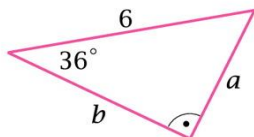
$\sin \alpha$
 $\cos \beta$
 $\operatorname{tg} \beta$

b)



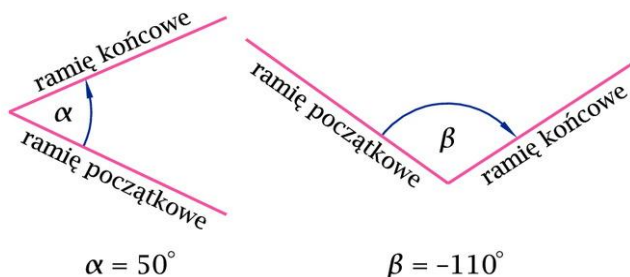
$\sin \beta$
 $\operatorname{tg} \alpha$
 $\cos \alpha$

4. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami.



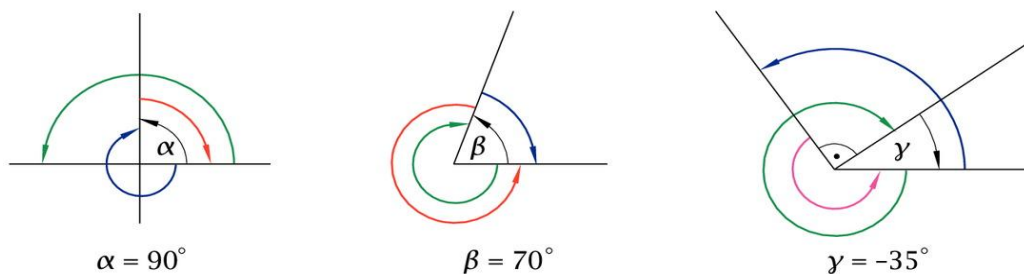
Temat: Kąty o miarach dodatnich i ujemnych.

Na rysunku poniżej zaznaczono dwa kąty utworzone przez obracającą się półprostą.

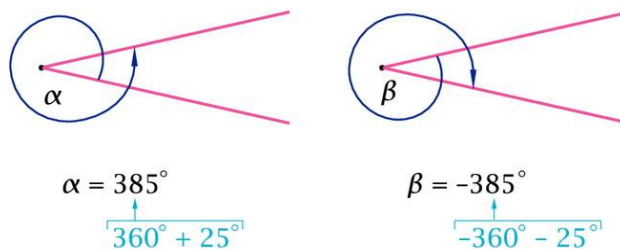


Strzałka na rysunku pozwala określić, które ramię jest początkowe, a które końcowe (wskazuje kierunek obrotu półprostej). Pierwszy z kątów jest dodatni, a drugi ujemny.

A Pod rysunkami podano miary kątów zaznaczonych czarnymi strzałkami. Podaj miary pozostałych kątów zaznaczonych na tych rysunkach.

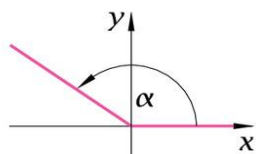


Aby opisać sytuację, w której półprosta wykonuje więcej niż jeden pełny obrót wokół swojego początku, przyjmujemy, że miara kąta może być większa niż 360° lub mniejsza niż -360° .

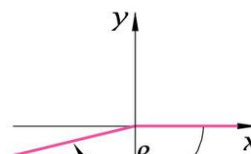


Omówimy teraz położenie kątów w układzie współrzędnych.

Gdy będziemy mówić o kącie umieszczonym w układzie współrzędnych, to zawsze będziemy mieli na myśli kąt, którego wierzchołek leży w początku układu współrzędnych, a początkowe ramię na nieujemnej części osi x .

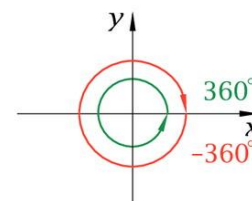
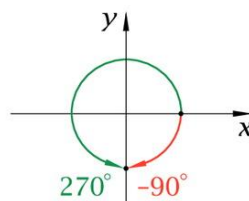
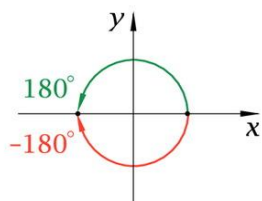
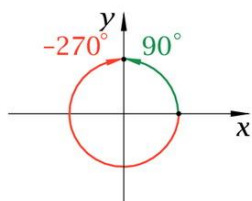


kąt dodatni



kąt ujemny

Jeśli końcowe ramię kąta umieszczonego w układzie współrzędnych leży na osi y lub na osi x , to jego miara jest wielokrotnością 90° .



2. Miarę kąta α podano pod rysunkiem. Podaj miary pozostałych kątów zaznaczonych strzałkami.

