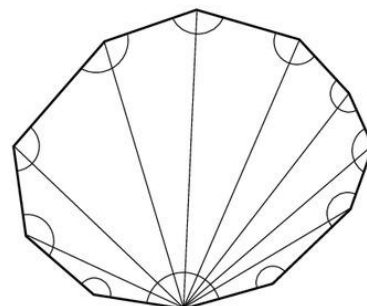


Temat: Własności wielokątów. Wielokąty foremne.

ĆWICZENIE D Popatrz na rysunek obok. Na ile trójkątów przekątne podzieliły ten 11-kąt? Ile wynosi suma miar kątów 11-kąta?



Wszystkie przekątne poprowadzone z jednego wierzchołka n -kąta wypukłego dzielą ten wielokąt na $n - 2$ trójkąty (trójkątów jest tyle, ile boków, które nie zawierają wybranego wierzchołka). Suma miar kątów tych trójkątów wynosi $(n - 2) \cdot 180^\circ$ i jest równa sumie miar kątów n -kąta. Taka sama zależność zachodzi dla wielokątów niewypukłych.

Twierdzenie

Suma miar kątów n -kąta wynosi $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

ĆWICZENIE E Narysuj dowolny sześciokąt. Z każdego wierzchołka poprowadź trzy przekątne. Jeśli dla pewnego wierzchołka jakaś przekątna została już narysowana, to narysuj ją jeszcze raz, ale innym kolorem. Ile razy rysowana była każda z przekątnych? Ile przekątnych ma sześciokąt?

Z każdego wierzchołka n -kąta można poprowadzić $n - 3$ przekątne. (Z wybranego wierzchołka nie można poprowadzić przekątnej do niego ani do sąsiadujących z nim wierzchołków). Można sobie wyobrazić, że kreśląc przekątne z każdego wierzchołka, narysowalibyśmy $n(n - 3)$ odcinków, każdy dwukrotnie. To rozumowanie prowadzi do następującego twierdzenia:

Twierdzenie

Liczba przekątnych w n -kącie wynosi $\frac{n(n-3)}{2}$.

PRZYKŁAD Ile przekątnych ma wielokąt, w którym suma miar kątów jest równa 2700° ?

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 2700^\circ$$

$$n - 2 = 15$$

$$n = 17$$

$$\text{liczba przekątnych} = \frac{17(17-3)}{2} = 119$$

... Korzystamy z twierdzenia o sumie miar kątów n -kąta, aby obliczyć liczbę boków wielokąta.

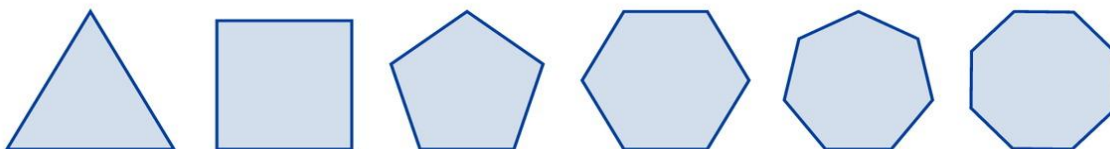
... Wielokąt, o którym mowa, to 17-kąt.

... Obliczamy, ile przekątnych ma 17-kąt.

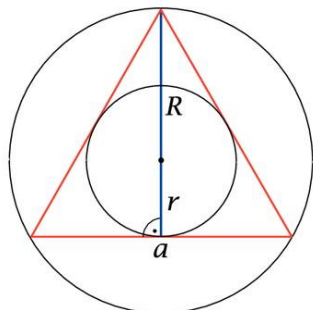
Odp. Ten wielokąt ma 119 przekątnych.

ZADANIE Ile przekątnych ma wielokąt o sumie miar kątów równej 2160° ?

Wielokąt, który ma wszystkie boki jednakowej długości i wszystkie kąty jednakowej miary, nazywamy **wielokątem foremnym**. Wielokątami foremnymi są na przykład trójkąt równoboczny i kwadrat.

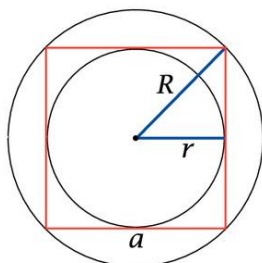


W każdym wielokącie foremnym wszystkie dwusieczne kątów i symetralne boków przecinają się w tym samym punkcie. Punkt ten jest więc jednocześnie środkiem okręgu opisanego na wielokącie i wpisanego w ten wielokąt. Przy obliczaniu długości promieni takich okręgów dla trójkąta równobocznego, kwadratu oraz sześciokąta foremnego przydają się wzory pozwalające obliczać wysokość trójkąta równobocznego oraz długość przekątnej kwadratu.



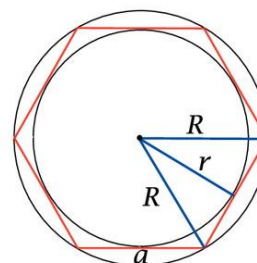
$$r = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$R = 2r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$$r = \frac{a}{2}$$

$$R = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$R = a$$

Wiemy już, że suma kątów w n -kącie wynosi $(n - 2) \cdot 180^\circ$. Ponieważ wszystkie kąty n -kąta foremnego są równe, więc możemy korzystać z następującego twierdzenia.

Twierdzenie

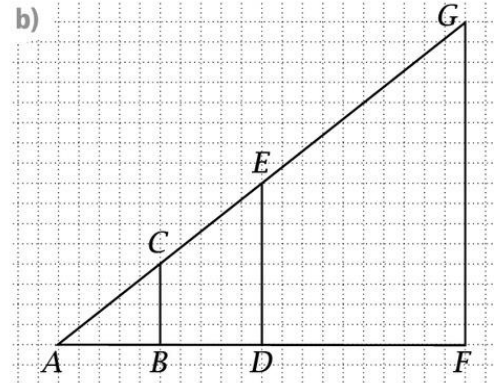
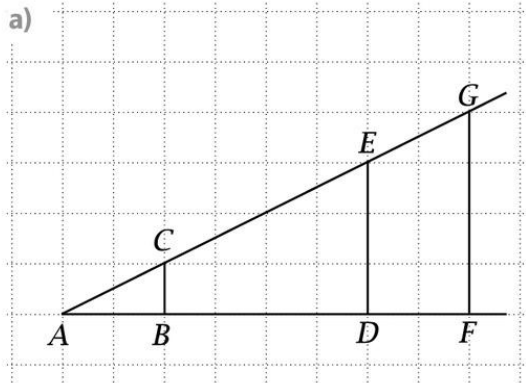
Każdy kąt n -kąta foremnego ma miarę $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$.

ĆWICZENIE F a) Jaką miarę mają kąty sześciokąta foremnego?
b) Ile przekątnych ma sześciokąt foremny?

- 1. a)** Oblicz sumy miar wszystkich kątów siedmiokąta oraz kątów stukąta.
- b)** Ile boków ma wielokąt, w którym suma miar kątów wynosi 1080° ?
- c)** Czy istnieje wielokąt, w którym suma miar wszystkich kątów wynosi 1000° ?
- d)** W pewnym 10-kącie jeden z kątów jest prosty, a pozostałe kąty mają tę samą miarę. Oblicz tę miarę.

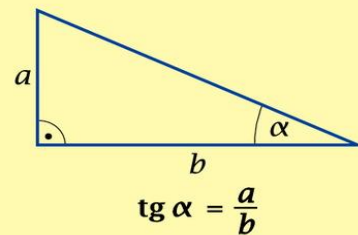
Temat: Tangens kąta ostrego.

ĆWICZENIE A Oblicz ilorazy: $\frac{|BC|}{|AB|}$, $\frac{|DE|}{|AD|}$, $\frac{|FG|}{|AF|}$. Przyjmij, że bok kratki ma długość 1.

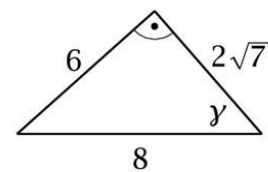
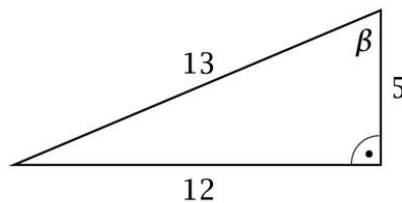
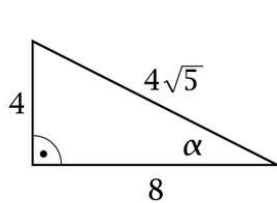


Niech α będzie jednym z kątów ostrych trójkąta prostokątnego.

Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej. Tangens kąta α oznaczamy w skrócie $\text{tg } \alpha$.



ĆWICZENIE B a) Oblicz tangensy kątów α , β i γ .



b) Podaj stosunki długości boków równe tangensom kątów α , β i γ .

